Písemná zkouška z Matematiky I pro IES FSV UK (D)
ZS 2010-2011

Příklad 1 : Spočtěte limitu posloupnosti:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[5]{n^3+3\cdot\sqrt[5]{n^2}+1}-\sqrt[5]{n^3+2\cdot\sqrt[5]{n}+1}}{1-\cos\frac{3}{n}} \qquad (15 \text{ bodů})$$

Příklad 2 : Spočtěte limitu:

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{x+\frac{1}{x}}{2}\right)^{\mathrm{cotg}^2(\pi x)} \qquad (15 \text{ bodů})$$

Příklad 3 : Vyšetřete spojitost (včetně jednostranné spojitosti) a spočtěte derivaci funkce

$$f(x)=\sqrt{1-(x^2-1)^4}$$

ve všech bodech, v nichž existuje (včetně jednostranných derivací, neexistuje-li oboustranná).
(10 bodů)

Příklad 4 : Vyšetřete průběh funkce

$$f(x)=\sqrt[3]{x^3+5x^2+7x}. \qquad (20 \text{ bodů})$$

- -

Výsledky písemky z Matematiky I pro IES FSV UK (D)
ZS 2010-2011

Příklad 1: $\frac{2}{15}$
Příklad 2: $\exp\left(\frac{1}{2\pi^2}\right)$
Příklad 3: $D_f=\langle-\sqrt{2},\sqrt{2}\rangle$, f je spojitá na D_f. $f'(x)=-\frac{4x(x^2-1)^3}{\sqrt{1-(x^2-1)^4}}$ pro $x\in(-\sqrt{2},0)\cup(0,\sqrt{2})$; $f'_+(-\sqrt{2})=+\infty$, $f'_-(0)=-2$, $f'_+(0)=2$, $f'_-(\sqrt{2})=-\infty$.
Příklad 4: $D_f=\mathbf{R}$, f je spojitá na $\mathbf{R}$, limita v $-\infty$ je $-\infty$, limita v $+\infty$ je $+\infty$. f má vlastní derivaci na $\mathbf{R}\setminus\{0\}$, $f'(0)=+\infty$; f je rostoucí na $(-\infty,-\frac{7}{3}\rangle$, klesající na $\langle-\frac{7}{3},-1\rangle$, rostoucí na $\langle-1,+\infty)$; v bodě $-\frac{7}{3}$ má lokální maximum, v bodě -1 lokální minimum, $H_f=\mathbf{R}$. f je konvexní na $(-\infty,-7)$, konkávní na $(-7,-\frac{7}{4})$, konvexní na $(-\frac{7}{4},0)$, konkávní na $(0,+\infty)$, inflexní body jsou -7 a $-\frac{7}{4}$. Asymptota v $+\infty$ i v $-\infty$ je $y=x+\frac{5}{3}$.
Graf: