

Písemná zkouška z Matematiky I pro IES FSV UK (A)
ZS 2008-2009

Příklad 1 : Spočtete limitu posloupnosti:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left((n^{10} + n^3)^7 - (n^7 + 1)^{10} \right) \cdot \left(\sqrt[3]{\left(1 + \frac{1}{n^9}\right)^7} - 1 \right)^7 \quad (15 \text{ bodů})$$

Příklad 2 : Spočtete limitu:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{(1 + \cos x)^x + 1}{2} \right)^{\frac{1}{x}} \quad (15 \text{ bodů})$$

Příklad 3 : Vyšetřete spojitost (včetně jednostranné spojitosti) a spočtete derivaci funkce

$$f(x) = \max\{5x - 4, x^2\}$$

ve všech bodech, v nichž existuje (včetně jednostranných derivací, neexistuje-li oboustranná).

(10 bodů)

Příklad 4 : Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \log \left(4x^2 + \frac{1}{x} \right). \quad (20 \text{ bodů})$$

Výsledky písemky z Matematiky I pro IES FSV UK (A)
ZS 2008-2009

Příklad 1: $-\frac{7^7}{3^6}$

Příklad 2: $\sqrt{2}$

Příklad 3: f je definovaná a spojitá na \mathbf{R} ; $f'(x) = 5$ pro $x \in (1, 4)$; $f'(x) = 2x$ pro $x \in (-\infty, 1) \cup (4, +\infty)$; $f'_+(1) = f'_-(4) = 5$, $f'_-(1) = 2$, $f'_+(4) = 8$.

Příklad 4: $D_f = (-\infty, -\frac{1}{\sqrt[3]{4}}) \cup (0, +\infty)$; f je klesající na $(-\infty, -\frac{1}{\sqrt[3]{4}})$, klesající na $(0, \frac{1}{2})$, rostoucí na $(\frac{1}{2}, +\infty)$, v bodě $\frac{1}{2}$ je lokální minimum; $H_f = \mathbf{R}$; f je konkávní na $(-\infty, -\frac{1}{\sqrt[3]{4}})$, konvexní na $(0, \sqrt[3]{\frac{1}{2} + \frac{3}{8}\sqrt{2}})$, konkávní na $(\sqrt[3]{\frac{1}{2} + \frac{3}{8}\sqrt{2}}, +\infty)$, v bodě $\sqrt[3]{\frac{1}{2} + \frac{3}{8}\sqrt{2}}$ je inflexní bod; f nemá asymptoty.

Graf:

