Písemná zkouška z Matematiky III pro IES FSV UK (A)
ZS 2005-2006

Příklad 1 : Najděte primitivní funkci (včetně určení intervalů existence)

$$\int \frac{2x}{(2x+3)(\sqrt{2x+3}+\sqrt[3]{2x+3})}\,\mathrm{d}x. \qquad \text{(16 bodů)}$$

Příklad 2 : Nechť B je bilineární forma reprezentovaná maticí $\mathbb{A}$, kde

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 3 & 5 & 7 & 9 \\ 5 & 7 & 9 & 11 \\ 7 & 9 & 11 & 13 \end{pmatrix}.$$

Určete povahu formy B (je-li PD, ND, PSD, NSD, ID) a spočtěte $B\left(\begin{pmatrix}1\\0\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\1\\0\end{pmatrix}\right)$. (11 bodů)

Příklad 3 : Určete vlastní čísla matice $\mathbb{B}$ a všechny jim příslušné vlastní vektory.

$$\mathbb{B} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 6 \\ -2 & -2 & -3 \end{pmatrix} \qquad \text{(11 bodů)}$$

Příklad 4 : Spočtěte limitu (například s využitím Taylorova polynomu):

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(e^x \sin x) - \sin(e^x - 1) + \log(1 - \frac{x^2}{2})}{\sin^3 x} \qquad \text{(11 bodů)}$$

Příklad 5 : Nalezněte všechny lokální extrémy funkce f v množině M, kde

$$f(x,y) = \operatorname{arctg}(x-y) - \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{x^2+y^2}{4}, \quad M = \mathbf{R}^2. \qquad \text{(11 bodů)}$$

Výsledky písemky z Matematiky III pro IES FSV UK (A)
ZS 2005-2006

Příklad 1: $\sqrt{2x+3} - \frac{3}{2}\sqrt[3]{2x+3} + 3\sqrt[6]{2x+3} - \frac{3}{2}\log(2x+3) - \frac{9}{\sqrt[6]{2x+3}} + \frac{9}{2\sqrt[3]{2x+3}} + 6\log(1+\sqrt[6]{2x+3})$ na intervalu $(-\frac{3}{2}, +\infty)$. Lze substitucí $y = \sqrt[6]{2x+3}$ převést na racionální funkci.

Příklad 2: ID, 28.

Příklad 3: Vlastní číslo 1 násobnosti 3; vlastní vektory $[-t-2u, t, u]$, $[t,u] \in \mathbf{C}^2 \setminus \{[0,0]\}$.

Příklad 4: $\frac{1}{6}$

Příklad 5: Ostré lokální maximum v bodě $[1,-1]$. (Sedlový bod $[4,-4]$.)