

Příklad 1 : Spočtěte primitivní funkci

$$\int \frac{\sin x}{9 \cos^2 x + 2 \sin^4 x} dx$$

na maximálních intervalech, kde existuje. (17 bodů)

Příklad 2 : Na kterých intervalech konverguje stejnoměrně posloupnost funkcí

$$f_n(x) = \sqrt[n]{x^n + 1}, \quad x \in \langle 0, +\infty \rangle ? \quad (13 \text{ bodů})$$

Příklad 3 : Spočtěte $f'(0)$, kde $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \log \sqrt{\frac{n^2 + x^2}{n^2 + 1}}$.

(13 bodů)

Příklad 4 : Rozviňte funkci

$$\sin 2x, \quad x \in (0, \pi)$$

v kosinovou řadu. Načrtněte graf součtu této řady. (12+5 bodů)

Příklad 5 : (Každá z otázek (a) až (e) za 1 bod.)

- Nechť f a g jsou funkce omezené na $\langle 1, 2 \rangle$, které splňují $f(x) \leq g(x)$ pro každé $x \in \langle 1, 2 \rangle$. Musí platit $\int_1^2 f \leq \int_1^2 g$? Pokud ne, uveďte příklad.
- Nechť $f_n \Rightarrow 0$ na \mathbf{R} . Musí platit $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\mathbf{R}} f_n = 0$? Pokud ne, uveďte příklad.
- Je funkce $f(x) = e^x$, $x \in \langle -\pi, \pi \rangle$ v každém bodě součtem Fourierovy řady nějaké funkce? Zdůvodněte.
- Nechť (M, ρ) je metrický prostor a $A \subset M$. Musí platit $\text{bd } A = \text{bd}(M \setminus A)$? Pokud ne, uveďte příklad.
- Napište příklad homeomorfismu $f: \mathbf{R} \rightarrow (0, 1)$.