

**Příklad 1 :** Spočítejte primitivní funkci

$$\int \frac{x^2 + 1}{(x - 1)(x^2 - 1)(x^2 + x + 1)} dx$$

na maximálních intervalech, kde existuje. (17 bodů)

**Příklad 2 :** Na kterých intervalech konverguje stejnoměrně posloupnost funkcí

$$f_n(x) = \frac{x^n}{n^x}, \quad x \in \langle 0, +\infty \rangle ? \quad (13 \text{ bodů})$$

**Příklad 3 :** Pro funkci  $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} e^{-n(1+\frac{x}{1+|x|})}$  určete definiční obor, obor spojitosti a limity v  $+\infty$  a v  $-\infty$ .

(13 bodů)

**Příklad 4 :** Rozviňte funkci

$$(x - 1)^2, \quad x \in (0, \pi)$$

v sinovou řadu. Načrtněte graf součtu této řady. (12+5 bodů)

**Příklad 5 :** (Každá z otázek (a) až (e) za 1 bod.)

- Napište příklad spojitě funkce na intervalu  $(1, 2)$ , která nemá Newtonův integrál přes  $(1, 2)$ .
- Nechť  $f_n \rightrightarrows f$  na intervalu  $(0, 1)$ . Musí platit  $f_n^2 \rightrightarrows f^2$  na  $(0, 1)$ ? Pokud ne, uveďte příklad.
- Existuje po částech spojitá  $2\pi$ -periodická funkce, jejíž Fourierova řada je  $13 + \sum_{n=1}^{\infty} (\frac{\cos nx}{n^2} - \frac{\sin nx}{n^3})$ ? Zdůvodněte.
- Existuje otevřená podmnožina  $\mathbf{R}^2$ , jejíž hranice je  $\{(0, 0), (1, 1)\}$ ? Pokud ano, uveďte příklad.
- Nechť  $A, B$  jsou podmnožiny  $\mathbf{R}$  a  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  zobrazení, které je spojitě na množině  $A$  i na množině  $B$ . Musí být spojitě na množině  $A \cup B$ ? Pokud ne, uveďte příklad.