Příklad 1 : Spočtěte primitivní funkci

$$\int \frac{\sin^2 x}{\sin x + \cos x + 2}\,\mathrm{d}x$$

na maximálních intervalech, kde existuje. (17 bodů)

Příklad 2 : Na kterých intervalech konverguje stejnoměrně posloupnost funkcí

$$f_n(x) = n \operatorname{arctg} \frac{x}{n} \ ?$$ (13 bodů)

Příklad 3 : Spočtěte $\displaystyle\int_0^\pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \sin nx}{17^n}\,\mathrm{d}x.$

(13 bodů)

Příklad 4 : Rozviňte funkci

$$f(x) = x^2 - x, \quad x \in (0, \pi)$$

v sinovou řadu. Načrtněte graf součtu této řady. (12+5 bodů)

Příklad 5 : (Každá z otázek (a) až (e) za 1 bod.)

(a) Uveďte příklad funkce f, pro kterou $\underline{\int_0^1} f = 5$ a $\overline{\int_0^1 f} = 15$.

(b) Nechť řada funkcí $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ konverguje bodově na $\langle 0, 1\rangle$ a stejnoměrně na $(0, 1)$. Musí konvergovat stejnoměrně na $\langle 0, 1\rangle$? Pokud ne, uveďte příklad.

(c) Uveďte příklad mocninné řady, která má poloměr konvergence 2.

(d) Nechť (M, ρ) je metrický prostor, $a \in M$ a $r > 0$. Musí platit $\{x \in M \colon \rho(x, a) \le r\} = \overline{\{x \in M \colon \rho(x, a) < r\}}$? Pokud ne, uveďte příklad.

(e) Uveďte příklad omezené podmnožiny $\mathbf{R}$, která není kompaktní.