ÚVOD DO KOMPLEXNÍ ANALÝZY

ZS 2017/2018

ZÁPOČTOVÉ ÚLOHY – SADA 2

Obecné poznámky:

- Výpočty i všechna tvrzení je třeba přiměřeně a srozumitelně zdůvodnit. K tomu je možné používat znalosti z Kapitol I až IV z přednášky, jakož i znalosti ze základních kurzů matematické analýzy.
- Ve všech příkladech je úkolem spočítat křivkový integrál $\int_\varphi f$ pro zadanou funkci f a cestu φ v závislosti na příslušných parametrech.
- Základním nástrojem pro řešení je reziduová věta doplněná geometrickou představou. Příslušnou křivku je vždy dobré načrtnout.
- Příklady je třeba rezervovat e-mailem. Rezervace bude potvrzena uvedením jména u příkladu. Bude-li příklad již obsazen, upozorním na to v e-mailové odpovědi. V e-mailu je možné napsat více příkladů v preferovaném pořadí. Rezervován bude první z dosud volných.
- Pokud se někomu zdá jeho úkol neřešitelný nebo má dojem, že v zadání je chyba, ať se ozve, já to pak prověřím.
- Řešení je třeba odevzdat rukou psané, nikoli tištěné.
- Doporučený termín odevzdání: 15.12.2017

Úloha č. 1 [rezervoval(a): *Lenka Hýlová*]

$$f(z) = \frac{e^z}{e^z - 1},$$

φ je kladně orientovaná kružnice o středu $x \in \mathbb{R}$ a poloměru $r > 0$.

Úloha č. 2 [rezervoval(a): *Nikola Piskačová*]

$$f(z) = \frac{e^z}{e^z + 1},$$

φ je kladně orientovaná kružnice o středu $x \in \mathbb{R}$ a poloměru $r > 0$.

Úloha č. 3 [rezervoval(a): *Andrej Uhliarik*]

$$f(z) = \frac{1}{e^{2z} - 1},$$

φ je kladně orientovaná kružnice o středu $x \in \mathbb{R}$ a poloměru $r > 0$.

Úloha č. 4 [rezervoval(a): *Martin Minasjan*]

$$f(z) = \frac{\sin z}{\sin z - 1},$$

φ je kladně orientovaná kružnice o středu ix (kde $x \in \mathbb{R}$) a poloměru $r > 0$.

Úloha č. 5 [rezervoval(a): *Zuzana Procházková*]

$$f(z) = \frac{\cos z}{\cos z + 1},$$

φ je kladně orientovaná kružnice o středu ix (kde $x \in \mathbb{R}$) a poloměru $r > 0$.

Úloha č. 6 [rezervoval(a): *Ondřej Zeman*]

$$f(z) = \frac{\sin z}{2\cos z - 1},$$

φ je kladně orientovaná kružnice o středu ix (kde $x \in \mathbb{R}$) a poloměru $r > 0$.

Úloha č. 7 [rezervoval(a): *Sandra Martinková*]

$$f(z) = \frac{\cos z}{2\sin z + 1},$$

φ je kladně orientovaná kružnice o středu ix (kde $x \in \mathbb{R}$) a poloměru $r > 0$.

Úloha č. 8 [rezervoval(a): *Anna Gajdová*]

$$f(z) = \frac{1}{2\cos z - \sqrt{3}},$$

φ je kladně orientovaná kružnice o středu ix (kde $x \in \mathbb{R}$) a poloměru $r > 0$.

Úloha č. 9 [rezervoval(a): *Monica Lisacek*]

$$f(z) = \frac{\sin z}{2\sin z + \sqrt{3}},$$

φ je kladně orientovaná kružnice o středu ix (kde $x \in \mathbb{R}$) a poloměru $r > 0$.

Úloha č. 10 [rezervoval(a): *Michaela Minaříková*]

$$f(z) = \mathrm{tg}^2 z,$$

φ je kladně orientovaná kružnice o středu ix (kde $x \in \mathbb{R}$) a poloměru $r > 0$.

Úloha č. 11 [rezervoval(a): *Soňa Šimonová*]

$$f(z) = \mathrm{cotg}^2 z,$$

φ je kladně orientovaná kružnice o středu ix (kde $x \in \mathbb{R}$) a poloměru $r > 0$.

Úloha č. 12 [rezervoval(a): *Jan Hanousek*]

$$f(z) = \frac{1}{\sin^2 z \cdot \cos z},$$

φ je kladně orientovaná kružnice o středu ix (kde $x \in \mathbb{R}$) a poloměru $r > 0$.

Úloha č. 13 [rezervoval(a): *Anna Filipová*]

$$f(z) = \frac{\sin z}{\cos^2 z},$$

φ je kladně orientovaná kružnice o středu ix (kde $x \in \mathbb{R}$) a poloměru $r > 0$.

Úloha č. 14 [rezervoval(a): *Martin Tlapák*]

$$f(z) = (\mathrm{tg}\, z + \mathrm{cotg}\, z)^2,$$

φ je kladně orientovaná kružnice o středu ix (kde $x \in \mathbb{R}$) a poloměru $r > 0$.

Úloha č. 15 [rezervoval(a): *Alena Jarolímová*]

$$f(z) = (\operatorname{tg} z - \operatorname{cotg} z)^2,$$

φ je kladně orientovaná kružnice o středu ix (kde $x \in \mathbb{R}$) a poloměru $r > 0$.

Úloha č. 16 [rezervoval(a): *Michael Zelina*]

$$f(z) = \frac{z^3}{z^4 - 1},$$

φ je kladně orientovaný obvod čtverce se stranami rovnoběžnými se souřadnými osami, jehož levý dolní vrchol je bod $a \in \mathbb{C}$ a strana má délku $h > 0$.

Úloha č. 17 [rezervoval(a): *Viktor Dolník*]

$$f(z) = \frac{z^2}{z^4 + 1},$$

φ je kladně orientovaný obvod čtverce se stranami rovnoběžnými se souřadnými osami, jehož levý dolní vrchol je bod $a \in \mathbb{C}$ a strana má délku $h > 0$.

Úloha č. 18 [rezervoval(a): *Martina Nováková*]

$$f(z) = \frac{1}{e^{2z} + 3e^z + 2},$$

φ je kladně orientovaný obvod čtverce se stranami rovnoběžnými se souřadnými osami, jehož levý dolní vrchol je bod $a \in \mathbb{C}$ a strana má délku $h > 0$.

Úloha č. 19 [rezervoval(a): *Marián Poppr*]

$$f(z) = \frac{1}{e^{2z} - 3e^z + 2},$$

φ je kladně orientovaný obvod čtverce se stranami rovnoběžnými se souřadnými osami, jehož levý dolní vrchol je bod $a \in \mathbb{C}$ a strana má délku $h > 0$.

Úloha č. 20 [rezervoval(a): *Peter Vook*]

$$f(z) = \frac{1}{(4^z - 1)(2^z - 2)},$$

φ je kladně orientovaný obvod čtverce se stranami rovnoběžnými se souřadnými osami, jehož levý dolní vrchol je bod $a \in \mathbb{C}$ a strana má délku $h > 0$.

Úloha č. 21 [rezervoval(a): *Martin Veselý*]

$$f(z) = \frac{1}{(9^z - 1)(3^z + 3)},$$

φ je kladně orientovaný obvod čtverce se stranami rovnoběžnými se souřadnými osami, jehož levý dolní vrchol je bod $a \in \mathbb{C}$ a strana má délku $h > 0$.

Úloha č. 22 [rezervoval(a): *Matej Merčiak*]

$$f(z) = \frac{\sinh z}{\sinh z - 1},$$

φ je kladně orientovaný obvod čtverce se stranami rovnoběžnými se souřadnými osami, jehož levý dolní vrchol je bod $a \in \mathbb{C}$ a strana má délku $h > 0$.

Úloha č. 23 [rezervoval(a): *Daniel Pacák*]

$$f(z) = \frac{\cosh z}{\cosh z + 1},$$

φ je kladně orientovaný obvod čtverce se stranami rovnoběžnými se souřadnými osami, jehož levý dolní vrchol je bod $a \in \mathbb{C}$ a strana má délku $h > 0$.

Úloha č. 24 [rezervoval(a): *Martin Jex*]

$$f(z) = \frac{\sinh z}{2\cosh z - 1},$$

φ je kladně orientovaný obvod čtverce se stranami rovnoběžnými se souřadnými osami, jehož levý dolní vrchol je bod $a \in \mathbb{C}$ a strana má délku $h > 0$.

Úloha č. 25 [rezervoval(a): *Petra Štarmanová*]

$$f(z) = \frac{\cosh z}{2\sinh z + 1},$$

φ je kladně orientovaný obvod čtverce se stranami rovnoběžnými se souřadnými osami, jehož levý dolní vrchol je bod $a \in \mathbb{C}$ a strana má délku $h > 0$.

Úloha č. 26 [rezervoval(a): *Jakub Hledík*]

$$f(z) = \frac{1}{2\cosh z - \sqrt{3}},$$

φ je kladně orientovaný obvod čtverce se stranami rovnoběžnými se souřadnými osami, jehož levý dolní vrchol je bod $a \in \mathbb{C}$ a strana má délku $h > 0$.

Úloha č. 27 [rezervoval(a): *Lucie Švamberová*]

$$f(z) = \frac{\sinh z}{2\sinh z + \sqrt{3}},$$

φ je kladně orientovaný obvod čtverce se stranami rovnoběžnými se souřadnými osami, jehož levý dolní vrchol je bod $a \in \mathbb{C}$ a strana má délku $h > 0$.

Úloha č. 28 [rezervoval(a): *Mikuláš Zindulka*]

$$f(z) = \operatorname{tgh}^2 z,$$

φ je kladně orientovaný obvod čtverce se stranami rovnoběžnými se souřadnými osami, jehož levý dolní vrchol je bod $a \in \mathbb{C}$ a strana má délku $h > 0$.

Úloha č. 29 [rezervoval(a): *Radovan Švarc*]

$$f(z) = \operatorname{cotgh}^2 z,$$

φ je kladně orientovaný obvod čtverce se stranami rovnoběžnými se souřadnými osami, jehož levý dolní vrchol je bod $a \in \mathbb{C}$ a strana má délku $h > 0$.

Úloha č. 30 [rezervoval(a): *Denisa Dočekalová*]

$$f(z) = \frac{1}{\sinh^2 z \cdot \cosh z},$$

φ je kladně orientovaný obvod čtverce se stranami rovnoběžnými se souřadnými osami, jehož levý dolní vrchol je bod $a \in \mathbb{C}$ a strana má délku $h > 0$.

Úloha č. 31 [rezervoval(a): *Hoang Phuong Thao*]

$$f(z) = \frac{\sinh z}{\cosh^2 z},$$

φ je kladně orientovaný obvod čtverce se stranami rovnoběžnými se souřadnými osami, jehož levý dolní vrchol je bod $a \in \mathbb{C}$ a strana má délku $h > 0$.

Úloha č. 32 [rezervoval(a): *Martin Surma*]

$$f(z) = (\operatorname{tgh} z + \operatorname{cotgh} z)^2,$$

φ je kladně orientovaný obvod čtverce se stranami rovnoběžnými se souřadnými osami, jehož levý dolní vrchol je bod $a \in \mathbb{C}$ a strana má délku $h > 0$.

Úloha č. 33 [rezervoval(a): *Daniel Till*]

$$f(z) = (\operatorname{tgh} z - \operatorname{cotgh} z)^2,$$

φ je kladně orientovaný obvod čtverce se stranami rovnoběžnými se souřadnými osami, jehož levý dolní vrchol je bod $a \in \mathbb{C}$ a strana má délku $h > 0$.

Úloha č. 34 [rezervoval(a): *Ľuboš Krnáč*]

$$f(z) = \frac{1}{(e^z + 2)(1 + 2e^z)},$$

$\varphi = [-b, a] \dotplus [a, (1+i)a] \dotplus [(1+i)a, ia] \dotplus [ia, -ib] \dotplus [-ib, -(1+i)b] \dotplus [-(1+i)b, -b]$, kde $a, b > 0$.

Úloha č. 35 [rezervoval(a): *Kristýna Šmídová*]

$$f(z) = \frac{1}{(4^z + 2)(1 + 4 \cdot 2^z)},$$

$\varphi = [-b, a] \dotplus [a, (1+i)a] \dotplus [(1+i)a, ia] \dotplus [ia, -ib] \dotplus [-ib, -(1+i)b] \dotplus [-(1+i)b, -b]$, kde $a, b > 0$.

Úloha č. 36 [rezervoval(a): *Jakub Fara*]

$$f(z) = \frac{1}{(3^z + 27)(1 + 81 \cdot 9e^z)},$$

$\varphi = [-b, a] \dotplus [a, (1+i)a] \dotplus [(1+i)a, ia] \dotplus [ia, -ib] \dotplus [-ib, -(1+i)b] \dotplus [-(1+i)b, -b]$, kde $a, b > 0$.

Úloha č. 37 [rezervoval(a): *Matěj Kovář*]

$$f(z) = \frac{1}{(4^z + 2)(1 + 9 \cdot 3^z)},$$

$\varphi = [-b, a] \dotplus [a, (1+i)a] \dotplus [(1+i)a, ia] \dotplus [ia, -ib] \dotplus [-ib, -(1+i)b] \dotplus [-(1+i)b, -b]$, kde $a, b > 0$.

Úloha č. 38 [rezervoval(a): *Ondřej Kincl*]

$$f(z) = \operatorname{tg} z \cdot \operatorname{tgh} z,$$

φ je kladně orientovaný obvod čtverce se stranami rovnoběžnými se souřadnými osami, jehož levý dolní vrchol je bod $a \in \mathbb{C}$ a strana má délku $h > 0$.

Úloha č. 39 [rezervoval(a): *Daniel Rubín*]

$$f(z) = \operatorname{tg} z \cdot \operatorname{cotgh} z,$$

φ je kladně orientovaný obvod čtverce se stranami rovnoběžnými se souřadnými osami, jehož levý dolní vrchol je bod $a \in \mathbb{C}$ a strana má délku $h > 0$.

Úloha č. 40 [rezervoval(a): *Jan Kolář*]

$$f(z) = \operatorname{cotg} z \cdot \operatorname{tgh} z,$$

φ je kladně orientovaný obvod čtverce se stranami rovnoběžnými se souřadnými osami, jehož levý dolní vrchol je bod $a \in \mathbb{C}$ a strana má délku $h > 0$.

Úloha č. 41 [rezervoval(a): *Ondřej Langr*]

$$f(z) = \operatorname{cotg} z \cdot \operatorname{cotgh} z,$$

φ je kladně orientovaný obvod čtverce se stranami rovnoběžnými se souřadnými osami, jehož levý dolní vrchol je bod $a \in \mathbb{C}$ a strana má délku $h > 0$.

Úloha č. 42 [rezervoval(a): *Vojtěch Jurka*]

$$f(z) = \operatorname{tg} z \cdot \operatorname{tg}(1+i)z,$$

$\varphi = \psi_{\alpha,\beta,R} \dotplus [Re^{i(\alpha+\beta)}, re^{i(\alpha+\beta)}] \dotplus (\dot{-}\, \psi_{\alpha,\beta,r}) \dotplus [re^{i\alpha}, Re^{i\alpha}]$, kde $0 < r < R$, $\alpha \in [0, 2\pi)$, $\beta \in (0, 2\pi)$ a pro $\rho > 0$ je $\psi_{\alpha,\beta,\rho}(t) = \rho e^{it}$, $t \in [\alpha, \alpha + \beta]$.

Úloha č. 43 [rezervoval(a): *Jakub Prokop*]

$$f(z) = \operatorname{cotg} z \cdot \operatorname{tg}(1-i)z,$$

$\varphi = \psi_{\alpha,\beta,R} \dotplus [Re^{i(\alpha+\beta)}, re^{i(\alpha+\beta)}] \dotplus (\dot{-}\, \psi_{\alpha,\beta,r}) \dotplus [re^{i\alpha}, Re^{i\alpha}]$, kde $0 < r < R$, $\alpha \in [0, 2\pi)$, $\beta \in (0, 2\pi)$ a pro $\rho > 0$ je $\psi_{\alpha,\beta,\rho}(t) = \rho e^{it}$, $t \in [\alpha, \alpha + \beta]$.

Úloha č. 44 [rezervoval(a): *zatím nikdo*]

$$f(z) = \operatorname{tgh} z \cdot \operatorname{cotg}(1-i)z,$$

$\varphi = \psi_{\alpha,\beta,R} \dotplus [Re^{i(\alpha+\beta)}, re^{i(\alpha+\beta)}] \dotplus (\dot{-}\, \psi_{\alpha,\beta,r}) \dotplus [re^{i\alpha}, Re^{i\alpha}]$, kde $0 < r < R$, $\alpha \in [0, 2\pi)$, $\beta \in (0, 2\pi)$ a pro $\rho > 0$ je $\psi_{\alpha,\beta,\rho}(t) = \rho e^{it}$, $t \in [\alpha, \alpha + \beta]$.

Úloha č. 45 [rezervoval(a): *Matěj Michálek*]

$$f(z) = \operatorname{cotgh} z \cdot \operatorname{cotg}(1-i)z,$$

$\varphi = \psi_{\alpha,\beta,R} \dotplus [Re^{i(\alpha+\beta)}, re^{i(\alpha+\beta)}] \dotplus (\dot{-}\, \psi_{\alpha,\beta,r}) \dotplus [re^{i\alpha}, Re^{i\alpha}]$, kde $0 < r < R$, $\alpha \in [0, 2\pi)$, $\beta \in (0, 2\pi)$ a pro $\rho > 0$ je $\psi_{\alpha,\beta,\rho}(t) = \rho e^{it}$, $t \in [\alpha, \alpha + \beta]$.

Úloha č. 46 [rezervoval(a): *Tomáš Ye*]

$$f(z) = \frac{1}{\sin^2 z \cdot \cosh z},$$

$\varphi = \psi_{\alpha,\beta,R} \dotplus [Re^{i(\alpha+\beta)}, re^{i(\alpha+\beta)}] \dotplus (\dot{-}\, \psi_{\alpha,\beta,r}) \dotplus [re^{i\alpha}, Re^{i\alpha}]$, kde $0 < r < R$, $\alpha \in [0, 2\pi)$, $\beta \in (0, 2\pi)$ a pro $\rho > 0$ je $\psi_{\alpha,\beta,\rho}(t) = \rho e^{it}$, $t \in [\alpha, \alpha + \beta]$.

Úloha č. 47 [rezervoval(a): *Martin Horčička*]

$$f(z) = \frac{1}{\sinh^2 z \cdot \cos z},$$

$\varphi = \psi_{\alpha,\beta,R} \dotplus [Re^{i(\alpha+\beta)}, re^{i(\alpha+\beta)}] \dotplus (\dot{-}\,\psi_{\alpha,\beta,r}) \dotplus [re^{i\alpha}, Re^{i\alpha}]$, kde $0 < r < R$, $\alpha \in [0, 2\pi)$, $\beta \in (0, 2\pi)$ a pro $\rho > 0$ je $\psi_{\alpha,\beta,\rho}(t) = \rho e^{it}$, $t \in [\alpha, \alpha+\beta]$.

Úloha č. 48 [rezervoval(a): *Martin Brodziansky*]

$$f(z) = \frac{1}{\sin^2 z \cdot \cos(1+i)z},$$

$\varphi = \psi_{\alpha,\beta,R} \dotplus [Re^{i(\alpha+\beta)}, re^{i(\alpha+\beta)}] \dotplus (\dot{-}\,\psi_{\alpha,\beta,r}) \dotplus [re^{i\alpha}, Re^{i\alpha}]$, kde $0 < r < R$, $\alpha \in [0, 2\pi)$, $\beta \in (0, 2\pi)$ a pro $\rho > 0$ je $\psi_{\alpha,\beta,\rho}(t) = \rho e^{it}$, $t \in [\alpha, \alpha+\beta]$.

Úloha č. 49 [rezervoval(a): *zatím nikdo*]

$$f(z) = \frac{1}{\sin^2(1-i)z \cdot \cosh z},$$

$\varphi = \psi_{\alpha,\beta,R} \dotplus [Re^{i(\alpha+\beta)}, re^{i(\alpha+\beta)}] \dotplus (\dot{-}\,\psi_{\alpha,\beta,r}) \dotplus [re^{i\alpha}, Re^{i\alpha}]$, kde $0 < r < R$, $\alpha \in [0, 2\pi)$, $\beta \in (0, 2\pi)$ a pro $\rho > 0$ je $\psi_{\alpha,\beta,\rho}(t) = \rho e^{it}$, $t \in [\alpha, \alpha+\beta]$.

Úloha č. 50 [rezervoval(a): *zatím nikdo*]

$$f(z) = \frac{1}{\sin^2(1+i)z \cdot \cos z},$$

$\varphi = \psi_{\alpha,\beta,R} \dotplus [Re^{i(\alpha+\beta)}, re^{i(\alpha+\beta)}] \dotplus (\dot{-}\,\psi_{\alpha,\beta,r}) \dotplus [re^{i\alpha}, Re^{i\alpha}]$, kde $0 < r < R$, $\alpha \in [0, 2\pi)$, $\beta \in (0, 2\pi)$ a pro $\rho > 0$ je $\psi_{\alpha,\beta,\rho}(t) = \rho e^{it}$, $t \in [\alpha, \alpha+\beta]$.