

---

Příjmení, jméno:

Datum :

Listů:

15. dubna 2013

---

**Zápočtová písemka 2**  
**z Teorie míry a integrálu II**  
(30 min)

Prosím, pište čitelně a všechny listy očísľujte a podepište. Výpočet zdůvodněte a také nezapomeňte vyplnit záhlaví tohoto listu.

1. Vypočtete (a nezapomeňte na odůvodnění!)

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \int_0^{\infty} e^{-(2x)^k} dx !$$

2. Dokažte, že platí

$$\int_0^{\infty} \log(1 + e^{-x}) dx = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{(k+1)^2} !$$

(Řadu můžete, ale nemusíte sečíst – souvislost se součtem  $\sum_{k=0}^{\infty} (k+1)^{-2} = \pi^2/6$  jsme si ukázali na cvičení.)

---

**Poznámky:**