Sekvenční analýza, seminář, úvod

Marie Hušková

18. února 2018

Outline

Sekvenční analýza, seminář, 2018

$X_1, X_2, \ldots$ nezávislé
X_i distr. funkci F, hustotu f vzhledem k σ-konečné míře μ

$$H_0 : f = f_0 \qquad f = f_1$$

kde f_0, f_1 jsou dané hustoty (jednoduchá hypotéza proti jednoduché alternativě)

α, β – chyby 1. a 2. druhu

$$P(zam. \quad H_0|H_0 \quad plati) = \alpha \qquad P(zam. \quad H_1|H_1 \quad plati) = \beta$$

Klasický přístup (Neyman – Pearson)

volíme n a α a hledáme nejsilnější test

řešení:

je-li $\prod_{i=1}^{n} \frac{f_1(X_i)}{f_0(X_i)} \geq c$, pak zamítáme H_0,
jinak nezamítáme

c – určeno tak aby chyba 1. druhu byla α (hladina významnosti)

A. Wald navrhl test:

je-li $\prod_{i=1}^{n} \frac{f_1(X_i)}{f_0(X_i)} \leq B$, přijmeme H_0,

je-li $\prod_{i=1}^{n} \frac{f_1(X_i)}{f_0(X_i)} \geq A$, zamítáme H_0,

je-li $B < \prod_{i=1}^{n} \frac{f_1(X_i)}{f_0(X_i)} < A$, pokračujeme

$B < A$ volíme, aby aby chyby 1. a 2. druhu byly α resp. β
nahoře popsán tzv. STOPPING RULE (zastavovaci pravidlo)

V případu Walda, volíme α, β a rozsah výběru je náhodná veličina, budeme značit N

Platí

$$N = \min\{n; \prod_{i=1}^{n} \frac{f_1(X_i)}{f_0(X_i)} \notin (B, A)\}$$

Je třeba stanovit A, B tak aby prsti chyb byly α, β

Lze aproximovat za určitých předpokladů následovně

$$B^* = \frac{\beta}{1-\alpha} \qquad A^* = \frac{1-\beta}{\alpha}$$

Platí

$$\{prij. H_0, N = n\} = \{B < \prod_{i=1}^{k} \frac{f_1(X_i)}{f_0(X_i)} < A,\ k = 1 \ldots, n{-}1,\ \prod_{i=1}^{n} \frac{f_1(X_i)}{f_0(X_i)} \leq B\}$$

ozn. $W_{0n} = \{prij.\, H_0, N = n\}$

$$P(prij.\, H_0, N = n | H_1\ plati) = \int \cdot \int_{W_{\mathbf{0},\boldsymbol{n}}} \prod_{i=1}^{n} f_1(x_i) d\mu(x_1) \cdot d\mu_{x_{\boldsymbol{n}}}$$

$$= \int \cdot \int_{W_{\mathbf{0},\boldsymbol{n}}} \prod_{i=1}^{n} \frac{f_1(x_i)}{f_0(x_i)} \prod_{j=1}^{n} f_0(x_j) d\mu(x_1) \cdot d\mu_{x_{\boldsymbol{n}}}$$

$$\leq B \int \cdot \int_{W_{\mathbf{0},\boldsymbol{n}}} \prod_{j=1}^{n} f_0(x_j) d\mu(x_1) \cdot d\mu_{x_{\boldsymbol{n}}}$$

$$\leq B \cdot P(prij.\, H_0, N = n | H_1\ plati)$$

Pak

$$P(prij.\, H_0 | H_1\ plati) = \sum_{n} P(prij.\, H_0, N = n | H_1\ plati)$$

$$\leq BP(prij.\, H_0, N = n | H_1\ plati)$$

$$P(prij.\, H_1|H_1\, plati) = \sum_n P(prij.\, H_1, N = n|H_1\, plati)$$
$$\geq AP(prij.\, H_0, N = n|H_0\, plati)$$

Jestliže

$$P(prij.\, H_0|H_i\, plati) + P(prij.\, H_0|H_i\, plati) = 1, \quad i = 0, 1$$

pak

$$\frac{\beta}{1-\alpha} \leq B, \qquad A \leq \frac{1-\beta}{\alpha}$$

Pak použijeme aproximace B^*, A^*

$$B^* = \frac{\beta}{1-\alpha} \leq B, \qquad A \leq \frac{1-\beta}{\alpha} = A^*$$

ozn.α^*, β^* hodnoty odpovídající B^*, A^*, pak

$$\frac{\beta^*}{1-\alpha^*} \leq \frac{\beta}{1-\alpha}, \qquad \frac{1-\beta^*}{\alpha^*} \geq \frac{1-\beta}{\alpha}$$

a

$$\alpha^* \leq \frac{\alpha}{1-\beta}, \quad \beta^* \leq \frac{\beta}{1-\alpha}$$

$$\alpha + \beta \leq \alpha^* + \beta^*$$

Normální rozdělení

Referáty

- 1. Waldovy rovnosti - dle skript
- 2. Waldovy testy, vlastnosti, operační charakteristika
- 3. Ruzne sekvencni testy -vcetne simulaci
- 4. Intervaly dane delky a spolehlivosti
- 5. Dvoustupnove a vicestupnove odhady
- 6. Historie
- 7. Dalsi sekvencni testy – Mozna change point