

---

VYBRANÉ VÝSLEDKY KE CVIČENÍ 17.10.2019

---

3. (budeme počítat na dalším cvičení)

$$\sqrt{n} \left( T_n - \frac{\lambda_Y}{\lambda_X} \right) \xrightarrow{D} \mathbf{N} \left( 0, \frac{2\lambda_Y^2}{\lambda_X^2} \right)$$

4. (nebudeme společně počítat)

(a)  $U_n \xrightarrow{P} p$

(b)  $\sqrt{n}(U_n - p) \xrightarrow{D} \mathbf{N}(0, (1 - p^2)/4)$

Ve výpočtu se využije, že náhodné vektory  $(X_i, Y_i)^\top$  jsou iid a platí pro ně centrální limitní věta

$$\sqrt{n} \left( \begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2p \\ (1-p)^2 \end{pmatrix} \right) \xrightarrow{D} \mathbf{N}_2((0, 0)^\top, \mathbf{\Sigma}),$$

kde

$$\mathbf{\Sigma} = p(1-p) \begin{pmatrix} 2 & -2(1-p) \\ -2(1-p) & (1-p)(2-p) \end{pmatrix}.$$

Dále použijeme delta větu (obecnou verzi) pro funkci  $g(x, y) = \sqrt{x + y - 1}$ .

(c)

$$\sqrt{n} \left( \begin{pmatrix} \bar{X}_n/2 \\ U_n \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} p \\ p \end{pmatrix} \right) \xrightarrow{D} \mathbf{N}_2((0, 0)^\top, \mathbf{W}),$$

kde

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} \frac{p(1-p)}{2} & \frac{p(1-p)}{2} \\ \frac{p(1-p)}{2} & \frac{1-p^2}{4} \end{pmatrix}.$$

Výpočet plyne z CLV pro  $(X_i, Y_i)^\top$  a z obecné verze delta věty.