

Cvičení 1 a 2 - výsledky

21.9.2011 a 23.9.2011

Příklad 1.

A	B	C	$A \Rightarrow B$	$B \vee C$	$\neg A \Rightarrow \neg C$	$\dots \wedge \dots \wedge \dots$
1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	0
1	0	0	0	0	1	0
0	1	1	1	1	0	0
0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	0	0
0	0	0	1	0	1	0

Příklad 2.

1. *Nezahřejeme se ani čajem, ani kávou.*
2. *Bude pršet a nevezmu si deštník.*
3. *Alespoň jeden koláč je bez práce.*
4. *Žádný lichoběžník nemá pravý úhel.*
5. *Alespoň jeden student nevešel do místnosti nebo si nesedl.*
6. *Přijde Anna a nepřijdu já nebo přijdu já a nepřijde Anna.*

Příklad 3.

- a) $\exists x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} : |x - y| < 0$, b) $\exists x \in [0, 2] \forall y \in [0, 3] : x^2 \neq y$,
c) $\forall x \in \mathbb{N} \exists y \in \mathbb{N} : x \cdot y \neq y$.

Příklad 4.

- a) $\langle -2; 2 \rangle$, b) $\langle -7; 5 \rangle$, c) $\langle 2; 5 \rangle$, d) $(-\infty; -7) \cup \langle 2; \infty \rangle$,
e) $\{2\}$, f) $\langle -2; \infty \rangle$, g) $\langle 2; 5 \rangle$, h) $\langle -7; -2 \rangle$.

Příklad 5.

$A \cap B = \{2\}$ a $A \cup B = \mathbb{Z}$.

Příklad 6.

- a) $(x - 4)^2$, b) $15(x - 1)^2 - 15$, c) $-(x - \frac{7}{2})^2 + \frac{81}{4}$,
d) $(x + 5)^2 - 36$, e) $\frac{1}{5}(x + \frac{1}{2})^2 + \frac{19}{20}$, f) $3(x - \frac{17}{6})^2 - \frac{181}{12}$.

Příklad 7.

Roznásobte $(x - x_1) \cdot (x - x_2)$.

Příklad 8.

- a) $-2, 3$, b) $-3, -2$, c) $2, 17$,
d) 9 , e) $-8, 7$, f) $-6, -4$.

Příklad 9.

$$D(f_1) = \mathbb{R} \setminus \{3\}, \quad D(f_2) = \mathbb{R} \setminus \{-3, 3\}, \quad D(f_3) = \langle -4; \infty \rangle,$$

$$D(f_4) = (-2; \infty), \quad D(f_5) = \langle 2; \infty \rangle, \quad D(f_6) = (-\infty; -2) \cup (\frac{1}{2}; \infty).$$

Příklad 10.

$$a) (-4; 6), \quad b) \langle -7; -1 \rangle, \quad c) \langle \frac{-22}{5}; \frac{28}{5} \rangle, \quad d) (-\infty; -\frac{\sqrt{5}}{2}) \cup (-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}) \cup (\frac{\sqrt{5}}{2}; \infty).$$

Příklad 11.

$$a) |x - \frac{3}{2}| < 1, \quad b) |x + 1| > 1, \quad c) |x - 3| \leq 7, \quad d) |x - 9| \geq 2.$$

Příklad 12.

$$a) \frac{1}{2}, \quad b) 0, \quad c) \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad d) 1, \quad e) -\frac{\sqrt{2}}{2}, \quad f) -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad g) -\frac{1}{2}, \quad h) 1.$$

Příklad 13.

$$a) \{\frac{1}{3}\pi, \frac{2}{3}\pi\}, \quad b) \{\frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi\}, \quad c) \{\frac{1}{4}\pi, \frac{7}{4}\pi\}, \quad d) \{\frac{3}{2}\pi\}.$$

Příklad 14.

- a) $\{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$,
 b) $\{\frac{1}{3}\pi + k\pi; k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\frac{5}{3}\pi + k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$,
 c) $\{\frac{3}{4}\pi + k\pi; k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\frac{7}{4}\pi + k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$,
 d) $\{\frac{1}{24}\pi + k\pi; k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\frac{23}{24}\pi + k\pi; k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\frac{5}{24}\pi + k\pi; k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\frac{47}{24}\pi + k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$,
 e) 2,
 f) $\frac{3}{2}$.

Příklad 15. *Supremem a infimem rozumíme vlastní supremum a infimum, tj. nepovolujeme nekonečna.*

- a) \mathbb{N} je zdola omezená, $\inf \mathbb{N} = \min \mathbb{N} = 1$, $\sup \mathbb{N}$ a $\max \mathbb{N}$ neexistují,
 b) $\langle 4, 9 \rangle$ je omezená, $\sup \langle 4, 9 \rangle = 9$, $\inf \langle 4, 9 \rangle = \min \langle 4, 9 \rangle = 4$, $\max \langle 4, 9 \rangle$ neexistuje,
 c) $A := \{\cos x; x \in \mathbb{R}\}$ je omezená, $\sup A = \max A = 1$, $\inf A = \min A = -1$,
 d) $B := \{\frac{1}{n}; n \in \mathbb{N}\}$ je omezená, $\inf B = 0$, $\sup B = \max B = 1$, $\min B$ neexistuje,
 e) \mathbb{Q} není omezená, $\sup \mathbb{Q}$, $\inf \mathbb{Q}$, $\max \mathbb{Q}$, $\min \mathbb{Q}$ neexistují,
 f) $C := (0; 1) \cap \mathbb{Q}$ je omezená, $\sup C = 1$, $\inf C = 0$, $\max C$ a $\min C$ neexistují,
 g) $D := \{x^2; x \in \langle -3; 3 \rangle\}$ je omezená, $\sup D = \max D = 9$, $\inf D = \min D = 0$,
 h) $E := \{\frac{1}{n}; n \in \mathbb{N}\} \cup \{0\}$ je omezená, $\sup E = \max E = 1$, $\inf E = \min E = 0$.

Příklad 16. *Načrtnout jistě zvládnete.*

Příklad 17. *Využijte toho, že $\log_a x = y$ právě tehdy, když $a^y = x$ a vlastností exponenciálních funkcí.*