

## Cvičení 17

14.12.2011

**Příklad 1.** Určete  $\mathcal{L}\{f\} = F$  pro následující funkce:

$$a) f(t) = t^n, \quad b) f(t) = \frac{\sin t + \cos t}{t}, \quad c) f(t) = t \cdot e^{5t},$$

$$d) f(t) = t^3 \cos 2t, \quad e) f(t) = \frac{\sinh 6t}{t}, \quad f) f(t) = (1 - 4t + t^2) \sin \frac{t}{2}.$$

**Příklad 2.** Řešte následující diferenciální rovnice:

$$a) y'' + 3y' + 2y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1;$$

$$b) y'' + 9y = 5 \cos 3t, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = -1;$$

$$c) y'' + 6y' + 9y = (2t + 1)e^t, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = \frac{1}{8};$$

$$d) y'' - 4y' + 4y = 8 \cos 2t, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -2;$$

$$e) y'' - y = \frac{3}{2}(e^t - t^2 - t) - 13, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 1.$$

**Příklad 3.** Řešte následující integrodiferenciální rovnice:

$$a) y' - \int_0^t y(r) dr = \sin t, \quad y(0) = -1;$$

$$b) y - \int_0^t y(r) dr = \cosh t;$$

$$c) y' + y + \int_0^t y(r) dr = e^{-t}, \quad y(0+) = 2;$$

$$d) y' + 2y + 2 \int_0^t e^{t-r} y(r) dr = e^t, \quad y(0) = 1.$$

**Příklad 4.** Řešte následující soustavy diferenciálních rovnic:

$$\begin{aligned} a) \quad x' &= -2x + y + t, & x(0) &= 0, \\ y' &= \frac{17}{4}x - 4y, & y(0) &= 0; \\ b) \quad x_1' &= -2x_2 - 8 \sin t, & x_1(0+) &= 0, \\ x_2' &= x_1 + x_3, & x_2(0+) &= 0, \\ x_3' &= 2x_2, & x_3(0+) &= 0. \end{aligned}$$