

Cvičení 15

2.12.2011

Příklad 1. Vypočítejte pomocí vhodné substituce:

$$a) \int \frac{-x}{1+\sqrt[3]{x+1}} dx, \quad b) \int \frac{1}{\sqrt{1+x+x^2}} dx,$$

$$c) \int \frac{x}{2\sqrt{1-x^2}} dx, \quad d) \int \frac{1}{\sqrt{x^2-4x}} dx,$$

$$e) \int \frac{1-x+x^2}{\sqrt{1+x-x^2}} dx, \quad f) \int \frac{1}{1+\sqrt{x}} dx.$$

Příklad 2. Zvolte vhodnou substituci:

$$a) \int \frac{\cos x + 3 \sin x \cos x}{\sin x - \cos^2 x + 3 \cos^2 x \sin^2 x} dx, \quad b) \int \frac{\cos x + 3 \sin^2 x \cos^2 x}{\sin x - \sin^3 x + 3 \cos^2 x \sin x} dx,$$

$$c) \int \frac{6 \cos 2x - 4e^{-4x} + 18x^5}{3 \sin 2x + e^{-4x} + 3x^6 + 5} dx, \quad d) \int \frac{\cosh x + 3e^{3x}}{\sqrt[4]{\sinh x + e^{3x}}} dx,$$

$$e) \int \frac{1}{2 + \sqrt{(x+3)(x-2)}} dx, \quad f) \int \frac{2}{1 + \sqrt{\frac{x+1}{x+2}}} dx.$$

Příklad 3. Vypočítejte Riemannův integrál:

$$a) \int_a^b kx + q dx, \quad b) \int_{-4}^4 |2x + 3| dx,$$

$$c) \int_{-\sqrt{3}}^1 x^3 - 4x^2 + x - 10 dx, \quad d) \int_{-1}^1 \frac{x}{\sqrt{5-4x^2}} dx,$$

$$e) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\cos^2 \frac{x}{2}} dx, \quad f) \int_{\pi}^{4\pi} \sin 6x dx,$$

$$g) \int_{-\pi}^{\pi} |\sin x| + |\cos x| dx, \quad h) \int_2^4 \frac{x^2 + x + 1}{(x^2 + 1)^2} dx,$$

$$i) \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\sin x} dx, \quad j) \int_{-\sqrt{2}}^0 \frac{\arccos x}{\sqrt{1-x^2}} dx,$$

$$k) \int_4^5 \frac{8}{x^4 - 4x^2} dx, \quad l) \int_1^{5e} \frac{\ln x + 5}{x(\ln^2 x + 1)} dx,$$

$$m) \int_1^{\infty} \frac{1}{x^3} dx, \quad n) \int_{-\infty}^0 e^x dx,$$

$$o) \int_2^5 \frac{1}{x-3} dx, \quad p) \int_0^{\infty} x^{\frac{8}{7}} dx.$$

Příklad 4. Vypočítejte délku grafu funkce $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$, kde $D(f) = \langle 0; 4 \rangle$.

Příklad 5. Vypočítejte obsah útvaru omezeného parabolou $4y = x^2$ a přímkou danou rovnicí $4x + 2y + 6 = 0$.

Příklad 6. Vypočítejte objem tělesa vzniklého rotací kolem osy x plochy omezené grafy funkcí $f(x) = 9$ a $g(x) = (x - 2)^2$.