

## Cvičení 6

14.10.2011

**Příklad 1.** Určete limity:

$$\begin{array}{lll} a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{1 - \cos 2x}, & b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{1 - \sin x} - \sqrt{1 + \sin x}}, & c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \sin 8x}{x}, \\ d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - 1 + \sin 2x}{x}, & e) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \sqrt{\cos x + 2}}{\sin^2 2x}, & f) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \ln(x+1)}{\sin 3x}, \\ g) \lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{sign} x \cdot (x^2 + 2x + 1), & h) \lim_{x \rightarrow 1} \ln x \cdot \operatorname{sign}(x - 1), & i) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x)^{\frac{x^2 + x - 6}{x^2 + x}}, \\ j) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 7x)^{\frac{1}{\sin 2x}}, & k) \lim_{x \rightarrow \infty} e^x \cdot \cos x, & l) \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x \cdot \cos x. \end{array}$$

**Příklad 2.** Určete  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n - 1}{2b_n + 2}$ , jestliže  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 4$  a  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 7$ .

**Příklad 3.** Určete limity posloupností:

$$\begin{array}{lll} a) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n}(\sqrt{n+3} - \sqrt{n+2}), & b) \lim_{n \rightarrow \infty} \sin \frac{n\pi}{2}, & c) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^{n+2}}{n^2+1}, \\ d) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n}{n^5}, & e) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n-1}{n+2} \cdot \sqrt{\frac{n}{9n+1}}, & f) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+\dots+n}{n^2}, \\ g) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2(n+3)! + 5n!}{n \cdot (n+2)! + 3(n-1)!}, & h) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-2)^{n+1}}{1+(-2)^n}, & i) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+\dots+2^n}{1+5+\dots+5^n}, \\ j) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+1}{4n+5}\right)^n, & k) \lim_{n \rightarrow \infty} \cos n^2 \cdot \ln^2 \frac{3}{2}, & l) \lim_{n \rightarrow \infty} \sin^2 \frac{n\pi}{2} \cdot \frac{\pi}{n}, \\ m) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3+1}{n^3}\right)^{n^3+2}. \end{array}$$

**Příklad 4.** Spočtete limitu  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^n - a^n}{x - a}$  pro  $a \in \mathbb{R}$  a  $n \in \mathbb{N}$ .