Cvičení 4

5.10.2011

Příklad 1. *Určete maximální definiční obor a obor hodnot a zda je funkce prostá, na, vzájemně jednoznačná a případně najděte inverzní funkci:*

$$f(x) = x^4, \quad g(x) = \tfrac{1}{x^3} + 5, \quad h(x) = \tfrac{6x+3}{3x-2}.$$

Příklad 2. *Uvažujme funkce f, g a h z předchozího cvičení. Zjistěte, které ze složených funkcí*

$$\begin{array}{llll} a)\ f \circ f, & b)\ g \circ g, & c)\ h \circ h, & d)\ f \circ g, \\ e)\ g \circ f, & f)\ f \circ h, & g)\ h \circ f, & h)\ g \circ h, \\ i)\ h \circ g, & j)\ h \circ g \circ f, & i)\ g \circ h \circ f, & j)\ f \circ g \circ h \end{array}$$

existují, a u těch, které existují, napiště jejich předpis.

Příklad 3. *Určete maximální definiční obor funkcí:*

$$\begin{array}{lll} a)\ f_1(x) = x^3 + x^2 - 1, & b)\ f_2(x) = \tfrac{3x-2}{4x+1}, & c)\ f_3(x) = \sqrt{x+4} + \sqrt{\tfrac{7}{1-x}}, \\ d)\ f_4(x) = \tfrac{6}{|x+3|-4}, & e)\ f_5(x) = \tfrac{1}{\log_2(x+4)-3}, & f)\ f_6(x) = \sqrt{\log_5 x + 1}. \end{array}$$

Příklad 4. *Rozhodněte, které z daných funkcí jsou sudé, respektive liché:*

$$\begin{array}{llll} a)\ f_1(x) = -2x, & b)\ f_2(x) = 2, & c)\ f_3(x) = x+2, & d)\ f_4(x) = -2x^2 + 3, \\ e)\ f_5(x) = \log_2 |x|, & f)\ f_6(x) = \tfrac{2}{x-1}, & g)\ f_7(x) = \tfrac{1}{x^2-4}, & h)\ f_8(x) = x^3. \end{array}$$

Příklad 5. *Určete všechny hodnoty reálného parametru p tak, aby daná funkce byla*

$$\begin{array}{lll} \textit{rostoucí:} & a)\ f_1(x) = \left(\tfrac{p+3}{p-1}\right)^x, & b)\ f_2(x) = \left(\tfrac{2p^2}{p^2+1}\right)^x, \\ \textit{klesající:} & c)\ f_3(x) = (p^2-4)^x, & d)\ f_4(x) = \left(\tfrac{p+1}{p^2-1}\right)^x. \end{array}$$

Příklad 6. *Načrtněte grafy funkcí:*

$$\begin{array}{lll} a)\ f_1(x) = \log_2(x+4), & b)\ f_2(x) = \log_2(x+4) - 1, & c)\ f_3(x) = |\log_2(x+4) - 1|, \\ d)\ f_4(x) = |\log_2(x+4)| - 1, & e)\ f_5(x) = \log_2 |x+4| - 1, & d)\ f_6(x) = \log_2(|x|+4) - 1. \end{array}$$

Příklad 7. *Dokažte, že* $0,\overline{9} = 1$.