

Domácí úkoly

Domácí úkoly je nutné odevzdat do 2 týdnů od zadání a to buď osobně na cvičeníh (preferované), nebo na email.

20.9.2012

(odevzdání do 4.10.2012 včetně)

Příklad 1. Pomocí matematické indukce dokažte:

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{(2i-1) \cdot (2i+1)} = \frac{n}{2n+1}.$$

27.9.2012

(odevzdání do 11.10.2012 včetně)

Příklad 2. Jsou dány funkce

$$f(x) = \log_{\frac{1}{4}} x \quad a \quad g(x) = x - 5.$$

Pro funkce

$$F = f \circ g \quad a \quad G = g \circ f$$

určete maximální definiční obory, obory hodnot, inverzní funkce (existují-li) a zda-li jsou dané funkce prosté a na.

4.10.2012

(odevzdání do 18.10.2012 včetně, pro kruh 107 do 25.10.2012)

Příklad 3. Spočtete následující tři limity:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{2n+1} - \sqrt{2n-3},$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot 4^n - 3 \cdot 5^n}{3^n + 5^{n+1}},$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+1}{4n+5} \right)^n.$$

Nezapomeňte rozepsat postup! Pouze výsledek není spočítaný příklad!

11.10.2012

(odevzdání do 25.10.2012 včetně)

Příklad 4. Spočtěte následující tři limity:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3 + 2}{n^3} \right)^{2n^3 - 5},$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(n^2 - n + 1)}{\ln \sqrt[3]{n^{10} + n + 1}},$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{n^4 + 4n^3 + 6n^2 + 4n + 1}{3^n n^2 + 3n + 3}}.$$

Nezapomeňte rozepsat postup! Pouze výsledek není spočítaný příklad! Snažte se být matematicky přesní.

18.10.2012

(odevzdání do 1.11.2012 včetně)

Příklad 5. U následujících řad určete, zda konvergují (či za jakých předpokladů na x) a první dvě sečtěte:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1 + \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^{k-1},$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{4k^2 - 1},$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k}{(k+1)^k},$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} (x+4)^k.$$

Nezapomeňte rozepsat postup! Pouze výsledek není spočítaný příklad! Snažte se být matematicky přesní.

25.10.2012

(odevzdání do 8.11.2012 včetně)

Příklad 6. Spočítejte následující čtyři limity:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}, \text{ pro } a = 1, -\infty, +\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \operatorname{tg}(\pi - \operatorname{arctg} x).$$

Dejte si pozor na znaménka výsledků. Snažte se být matematicky přesní. U druhého příkladu doporučuji nakreslit si obrázek.

1.11.2012

(odevzdání do 15.11.2012 včetně)

Příklad 7. Zderivujte následující čtyři funkce, určete jejich definiční obory a definiční obory derivací. Výsledky upravněte do jednoduššího tvaru, pokud to jde.

$$f(x) = (\sin x)^{\cos x},$$

$$f(x) = 1 + \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}},$$

$$f(x) = \ln \left(\arccos \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right),$$

$$f(x) = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sin x + \cos x}{\cos x - \sin x} \right).$$

8.11.2012

(odevzdání do 22.11.2012 včetně)

Příklad 8. Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \left(\frac{x + 6}{6 - x} \right)^6$$

(tj. určete definiční obor, obor hodnot, maximální intervaly monotonie, lokální extrém, limity v krajních bodech definičního oboru a v bodech nespojitosti, asymptoty v krajních bodech definičního oboru, konvexnost/konkávnost).

Načrtněte graf.

15.11.2012

(odevzdání do 29.11.2012 včetně)

Příklad 9. Spočtěte následující čtyři limity (pomocí L'Hôpitalova pravidla):

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \sin ax}{\ln \sin bx} \quad \text{pro } a, b > 0,$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (e^x - 1) \cdot \operatorname{cotg} x,$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\operatorname{tg} x - \frac{1}{\cos x} \right).$$

22.11.2012

(odevzdání do 6.12.2012 včetně)

Příklad 10. Spočtěte 4. Taylorův polynom v bodě 0 funkce

$$f(x) = 6 + e^{2x+1} \cdot \sin 5x.$$

Pomocí Taylorovy věty odhadněte chybu v bodě $x = \frac{\pi}{6}$.

29.11.2012

(odevzdání do 13.12.2012 včetně)

Příklad 11. Spočtěte následující 4 primitivní funkce:

$$\int x\sqrt{x^2+1} \, dx,$$

$$\int \frac{1}{5x+25} \, dx,$$

$$\int \sin ax \cos ax \, dx, a \in \mathbb{R}$$

$$\int \frac{x^4 - 4x^2 + 6\sqrt[3]{x} + 2}{x^3} \, dx.$$

6.12.2012

(odevzdání do 14.12.2012 do 12h)

Příklad 12. *Spočtěte následující 3 primitivní funkce:*

$$\int \cos^{2k+1} x \sin^{2n} x \, dx, \text{ kde } k, n \in \mathbb{N}, n > 0,$$

$$\int e^x (x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 6) \, dx,$$

$$\int \operatorname{arctg} x \, dx.$$

13.12.2012

(odevzdání do 14.12.2012 do 12h -na email venda.ex(at)gmail.com)

Příklad 13. *Spočtěte následující určité integrály:*

$$\int_1^e \frac{1}{x} \cdot (7 \ln^6 x - 8 \ln^4 x + 9 \ln x + 1) \, dx,$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} |\sin x| \, dx,$$

$$\int_{-1}^1 \frac{x}{\sqrt{7-2x^2}} \, dx.$$