Lineární algebra II

Cvičení 3

(1) Určete signaturu kvadratické formy f na $\mathbb{Q}$ dané maticí

$$M = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 1 & -4 \\ 0 & 5 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ -4 & -1 & 1 & -5 \end{pmatrix}$$

pomocí kritéria determinantů.

(2) Najděte nějakou polární bázi f.

(3) Najděte polární bázi f obsahující vektory $(1,1,1,1)$ a $(2,2,3,0)$.

(4) Uvažujme unitární prostor $U = (\mathbb{Q}^3, g)$, kde g je dáno vzhledem ke kanonické bázi maticí

$$G = \begin{pmatrix} 3 & -3 & -1 \\ -3 & 5 & 4 \\ -1 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

Najděte nějakou ortonormální bázi U.

(5) Rozhodněte, zda endomorfismus f daný vůči kanonické bázi maticí

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

je isometrie vzhledem k metrice indukované g.

(6) Rozhodněte, zda je to isometrie vzhledem k metrice indukované standardním skalárním součinem.