
Písemka z úvodu do funkcionální analýzy 2 - pro cvičení

Zobrazení T je definováno předpisem

$$Tx = \frac{1}{5i}x_1\mathbf{e}_1 + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n}x_{n-1}\mathbf{e}_n = \left(\frac{1}{5i}x_1, \frac{x_1}{2}, \frac{x_2}{3}, \frac{x_3}{4}, \frac{x_4}{5}, \dots\right),$$

kde $(\mathbf{e}_n)_n = 1$ a $(\mathbf{e}_n)_k = 0$ pro $k \neq n$.

- (1) Vyšetřete, čemu se rovná $\|T\|$ v $L(\ell^2)$.
 - (2) Vyšetřete, zda je $T \in K(\ell^2)$.
 - (3) Vyšetřete, co je spektrum $\sigma(T)$ a co je bodové spektrum $\sigma_p(T)$.
 - (4) Vyšetřete, čemu se rovná T^* (popište $(T^*y)_n$ pro $n \in \mathbb{N}$).
 - (5) Vyšetřete, zda je $T^* \in K(\ell^2)$ a čemu se rovná jeho norma.
 - (6) Vyšetřete, co je spektrum $\sigma(T^*)$ a co je bodové spektrum $\sigma_p(T^*)$.
-

Písemka z úvodu do funkcionální analýzy 2 - pro cvičení

Zobrazení T je definováno předpisem

$$Tx = \frac{1}{5i}x_1\mathbf{e}_1 + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n}x_{n-1}\mathbf{e}_n = \left(\frac{1}{5i}x_1, \frac{x_1}{2}, \frac{x_2}{3}, \frac{x_3}{4}, \frac{x_4}{5}, \dots\right),$$

kde $(\mathbf{e}_n)_n = 1$ a $(\mathbf{e}_n)_k = 0$ pro $k \neq n$.

- (1) Vyšetřete, čemu se rovná $\|T\|$ v $L(\ell^2)$.
 - (2) Vyšetřete, zda je $T \in K(\ell^2)$.
 - (3) Vyšetřete, co je spektrum $\sigma(T)$ a co je bodové spektrum $\sigma_p(T)$.
 - (4) Vyšetřete, čemu se rovná T^* (popište $(T^*y)_n$ pro $n \in \mathbb{N}$).
 - (5) Vyšetřete, zda je $T^* \in K(\ell^2)$ a čemu se rovná jeho norma.
 - (6) Vyšetřete, co je spektrum $\sigma(T^*)$ a co je bodové spektrum $\sigma_p(T^*)$.
-

Písemka z úvodu do funkcionální analýzy 2 - pro cvičení

Zobrazení T je definováno předpisem

$$Tx = \frac{1}{5i}x_1\mathbf{e}_1 + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n}x_{n-1}\mathbf{e}_n = \left(\frac{1}{5i}x_1, \frac{x_1}{2}, \frac{x_2}{3}, \frac{x_3}{4}, \frac{x_4}{5}, \dots\right),$$

kde $(\mathbf{e}_n)_n = 1$ a $(\mathbf{e}_n)_k = 0$ pro $k \neq n$.

- (1) Vyšetřete, čemu se rovná $\|T\|$ v $L(\ell^2)$.
 - (2) Vyšetřete, zda je $T \in K(\ell^2)$.
 - (3) Vyšetřete, co je spektrum $\sigma(T)$ a co je bodové spektrum $\sigma_p(T)$.
 - (4) Vyšetřete, čemu se rovná T^* (popište $(T^*y)_n$ pro $n \in \mathbb{N}$).
 - (5) Vyšetřete, zda je $T^* \in K(\ell^2)$ a čemu se rovná jeho norma.
 - (6) Vyšetřete, co je spektrum $\sigma(T^*)$ a co je bodové spektrum $\sigma_p(T^*)$.
-