

Stochastická analýza

Požadavky ke zkoušce

Hlavní důraz kladu na znalost a pochopení pojmů. Přesné pochopení pojmů *podmíněná střední hodnota, martingal, Wienerův proces, markovský čas, filtrace, progresivní měřitelnost, kvadratická variace, Itôova isometrie, lokalizace, stochastický integrál a diferenciál* jsou absolutně nezbytné.

Hlavní témata ke zkoušce:

- Spojité procesy jako náhodné veličiny v prostoru spojitých funkcí.
- Wienerův proces, jeho konstrukce a základní vlastnosti trajektorií.
- Martingaly, příklady martingalů odvozené z Wienerova procesu.
- Martingaly a filtrace, zachování martingalové vlastnosti, konvexní funkce martingalů a submartingalů.
- Doobova nerovnost a její použití.
- Markovské časy, základní vlastnosti, aproximace diskrétními markovskými časy.
- Markovské časy a jejich σ -algebry.
- Věty o markovském zastavení.
- Doobova-Meyerova věta pro omezené martingaly.
- Itôova isometrie a konstrukce stochastického integrálu.
- Základní vlastnosti Itôova integrálu.
- Jednorozměrná verze Itôova vzorce a jeho použití.
- Lokalizace a lokální martingaly.
- Stochastický integrál jako lokální martingal.
- Doobova-Meyerova věta a kvadratická variace stochastického integrálu.
- Kunitova-Watanabeova nerovnost a stochastický integrál podle lokálního martingalu.
- Kovariace stochastických integrálů a mnohorozměrná verze Itôova vzorce.
- Semimartingaly a jejich základní vlastnosti.
- Jednorozměrná stochastická diferenciální rovnice a podmínky pro existenci řešení.
- Geometrický Brownův pohyb, Ornsteinův-Uhlenbeckův proces a Brownův most jako řešení SDR.
- Reprezentace martingalu pomocí stochastického integrálu.