Matice přechodu pro ty, kteří nechtějí nic číst

Přejít od báze M k bázi N např. v prostoru $\mathbf{R}^3$ znamená přeměnit souřadnice vektorů prostoru $\mathbf{R}^3$ na jiné souřadnice. Jedná se tedy o zobrazení (dokonce bijekci), a tato transformace je lineární. Proto očekáváme, že toto lineární zobrazení lze reprezentovat maticí, říkáme jí matice přechodu.

Analogie: jako je lineární zobrazení mezi prostory jedné dimenze tvaru $y = k \cdot x$, tak podobně vypadá i lineární zobrazení mezi prostory vyšších dimenzí, jen místo konstanty k je konstantní matice P:

$$\langle u \rangle_{\mathrm{N}} = P \cdot \langle u \rangle_{\mathrm{M}}$$

Z této rovnosti (vlastně definičního vztahu matice přechodu od báze M k bázi N) lze odvodit, jak má matice přechodu vypadat. Celé kouzlo je v tom, že za u dosazujeme souřadnice vektorů báze M a báze N a pozorujeme, co se v tomto vztahu děje a co z toho lze potom o matici přechodu vydedukovat. Zpočátku je pro přehlednost dobré zkoumat matice přechodu mezi bází kanonickou a M, potom teprve mezi dvěma obecnými bázemi M a N.

Přeji úspěšné bádání.

Přípodotek k maticím homomorfismů

Skládání homomorfismů: str. 126, schéma za V11.4
Důležité je schéma za V11.11 na str. 131
Lze z něj přirozeným způsobem vydedukovat všechno počítání s maticemi homomorfismů.

Příklad. Nechť A je matice homomorfismu f: V $\longrightarrow$ W vzhledem ke kanonickým bázím. Jak bude vypadat matice homomorfismu f vzhledem k bázím M a N?

Řešení.
Celou situaci si nakreslíme:

Je zadáno:

$$\begin{array}{ccc} & f & \\ \mathrm{W} & \longleftarrow & \mathrm{V} \\ \mathrm{KB} & & \mathrm{KB} \\ & A & \end{array}$$

Máme zjistit:

$$\begin{array}{ccccccc} & id & & f & & id & \\ \mathrm{W} & \longleftarrow & \mathrm{W} & \longleftarrow & \mathrm{V} & \longleftarrow & \mathrm{V} \\ \mathrm{N} & & \mathrm{KB} & & \mathrm{KB} & & \mathrm{M} \\ & P_{KB,N} & & A & & P_{M,KB} & \end{array}$$

Matice homomorfismu f vzhledem k bázím M a N tedy bude výsledkem tohoto součinu:

$P_{KB,N} \cdot A \cdot P_{M,KB}$ neboli: $\mathrm{N}^{-1} \cdot A \cdot \mathrm{M}$.