

**Vyučování všeobecně vzdělávacího předmětu matematika
Kurs celoživotního vzdělávání (CŽV)**

Okruhy k závěrečné zkoušce

Algebra a lineární algebra

1. Kardinální čísla, početné a nespočetné množiny

Vlastnosti injektivních zobrazení, bijektivní zobrazení, věta Cantorova-Bernsteinova. Mohutnost množiny, početné množiny, početnost množiny racionálních čísel, nespočetné množiny, nespočetnost množiny reálných čísel.

2. Vybudování a vlastnosti číselných oborů

Přirozená čísla, matematická indukce. Konstrukce oboru integrity celých čísel; konstrukce podílového tělesa, konstrukce tělesa racionálních čísel; zlomky a racionální čísla. Reálná čísla (aproximace reálných čísel, reálné číslo jako limita posloupnosti racionálních čísel, axiomatický popis tělesa reálných čísel). Komplexní čísla, jejich zobrazení v Gaussově rovině, Moivreova věta, řešení binomických rovnic a kvadratických rovnic.

3. Základní věta algebry, kořenové vlastnosti polynomů

Formulace základní věty algebry (bez důkazu), její důsledky. Konstrukce kořenového nadtělesa pro ireducibilní polynom. Konstrukce tělesa komplexních čísel jako kořenového nadtělesa polynomu x^2+1 nad \mathbb{R} . Věta o dělení polynomů se zbytkem. Rozklady polynomů s reálnými a komplexními koeficienty. Derivace polynomů a její souvislost s násobností kořenů. Definice n -té odmocniny z jedné. Ilustrace těchto pojmů v případě tělesa komplexních čísel.

4. Rovnice, nerovnice a jejich soustavy

Metody řešení lineárních rovnic, nerovnic a jejich soustav, kvadratických rovnic a nerovnic, exponenciálních, logaritmických a goniometrických rovnic. Rovnice, nerovnice a jejich soustavy s parametry.

5. Vektorový prostor, báze, dimenze, lineární zobrazení; vektorový prostor se skalárním součinem, orientace, vektorový součin

6. Matice a jejich vlastnosti, užití k řešení soustav lineárních rovnic; lineární a kvadratické formy

7. Determinanty a jejich vlastnosti, Cramerovo pravidlo

8. Základní pojmy dělitelnosti v komutativním oboru integrity

Relace dělitelnosti a asociovanosti v oboru integrity, Eukleidův algoritmus. Příklady eukleidovských oborů integrity a příklady na užití Eukleidova algoritmu. Ireducibilní prvek, prvočinitel.

Matematická analýza

1. Elementární funkce, jejich zavedení a vlastnosti

Goniometrické funkce a cyklometrické funkce. Hyperbolické funkce. Exponenciální funkce, přirozený a obecný logaritmus, obecná mocnina, odmocnina. Vlastnosti těchto funkcí a jejich vzájemné vztahy.

2. Funkce a jejich vlastnosti

Relace a jejich vlastnosti; ekvivalence, uspořádání, příklady. Zobrazení a funkce; vlastnosti funkcí; funkce lineární, kvadratická, mocninná, nepřímá úměrnost; parametrické systémy funkcí, funkce inverzní a funkce složená. Zavedení pojmů spojitost funkce, limita funkce, derivace funkce, užití diferenciálního počtu při studiu průběhu funkcí a v úlohách na extrém.

3. Posloupnosti reálných čísel, limity

Posloupnosti a jejich vlastnosti, aritmetická a geometrická posloupnost, limita posloupnosti, nekonečná geometrická řada. Limita posloupnosti (vlastní a nevlastní), Bolzanova-Cauchyova podmínka. Věty o limitách. Vybrané posloupnosti.

4. Nekonečné číselné řady, mocninné řady

Součet řady, konvergentní a divergentní řady, Bolzanova-Cauchyova podmínka, nutná podmínka konvergence. Řady s nezápornými členy a kritéria jejich konvergence: srovnávací, odmocninové, podílové a integrální kritérium, limitní tvary kritérií. Řady se střídavými znaménky, Leibnizovo kritérium. Absolutně a neabsolutně konvergentní řady. Součin řad. Mocninná řada a její konvergence, poloměr konvergence. Derivace a integrace mocninné řady člen po členu.

5. Diferenciální počet funkcí jedné reálné proměnné; vlastnosti spojitých funkcí na uzavřeném intervalu; průběh funkce, užití vyšších derivací

Okolí bodů v \mathbb{R}^n , otevřené a uzavřené množiny, hranice, vnitřek a uzávěr množiny.

Limita funkce, aritmetika limit, limita složené funkce, limitní přechod v nerovnosti, limita monotónní funkce. Spojitost funkce v bodě a na intervalu, Heineova definice spojitosti, vlastnosti spojitých funkcí na uzavřeném intervalu. Derivace funkce, početní pravidla pro derivování, derivace inverzní funkce. Věty o střední hodnotě: Rolleova, Lagrangeova a Cauchyova. L'Hospitalovo pravidlo. Vztah derivace a monotonie funkce, nutné a postačující podmínky pro extrém. Taylorův polynom, Taylorova věta. Konvexnost a konkávnost a jejich souvislost s druhou derivací funkce. Asymptoty.

6. Primitivní funkce, Riemannův integrál

Zavedení primitivní funkce. Základní primitivní funkce. Integrace per partes. První a druhá věta o substituci. Integrace racionálních funkcí, základní typy substitucí.

Zavedení Riemannova integrálu, geometrická interpretace. Riemannův integrál jako funkce horní meze. Newtonova-Leibnizova formule. Existenční věty pro Riemannův integrál. Nevlastní integrál. Užití integrálního počtu k výpočtu obsahů a objemů, délka křivky zadané explicitně a parametricky, objem rotačního tělesa a povrch jeho pláště, obsah plochy zadané explicitně a parametricky.

7. Jordanova míra, dvojný a trojný integrál

Jordanova míra, horní a dolní objem, měřitelné množiny. Riemannův vícerozměrný integrál. Fubiniova věta, věta o substituci. Užití dvojných a trojných integrálů v geometrii a ve fyzice, výpočet objemů a povrchů těles.

Geometrie

1. Planimetrie a stereometrie

Planimetrické věty a jejich důkazy, vlastnosti základních geometrických útvarů v rovině (trojúhelník, čtyřúhelník, kružnice). Mocnost bodu ke kružnici. Geometrická zobrazení v rovině, shodnost, podobnost, stejnolehlost, jejich vlastnosti a užití, řešení úloh

z konstrukční geometrie (speciálně užitím mocnosti a kruhové inverze), množiny bodů daných vlastností. Základní stereometrické věty a jejich důkazy, vlastnosti základních geometrických útvarů v prostoru. Prostorové řešení stereometrických úloh. Rovinné obrazce, jejich obvody a obsahy; tělesa, jejich povrchy a objemy, sítě. Obsah, objem, povrch, Cavalieriův princip. Mnohostěny, Eulerova věta. Geometrická zobrazení v prostoru (shodnosti, podobnosti).

2. Zobrazovací metody

Princip rovnoběžného a středového promítání. Řešení stereometrických úloh ve volném rovnoběžném promítání. Osová afinita, afinní obraz kružnice. Základy Mongeova promítání. Základy kosoúhlého promítání, základy lineární perspektivy.

3. Afinní a eukleidovský prostor

Lineární soustava souřadnic. Podprostor, jeho parametrický popis, podprostor jako průnik nadrovin (obecná rovnice nadroviny). Vzájemná poloha podprostorů. Kartézská soustava souřadnic. Kolmost podprostorů, vzdálenost bodu od podprostoru, vzdálenost podprostorů. Odchylka přímky od podprostoru. Příklady v E^2 a E^3 . Apollóniova kružnice. Klasifikace kuželoseček, vlastnosti a analytické vyjádření regulárních kuželoseček.

4. Grupy geometrických zobrazení

Afinity, shodnosti, podobnosti v rovině a v prostoru včetně analytického vyjádření, vlastnosti. Příklady v E^2 , zejména osová afinita, shodnosti a stejnoolehlosti. Samodružné prvky. Stereografická projekce a kruhová inverze. Grupy geometrických transformací.

5. Základy geometrie

Hlavní myšlenky axiomatického zavedení eukleidovské geometrie (přehledně). Neeukleidovská geometrie a její model.

6. Analytická geometrie

Vektor, operace s vektory, skalární a vektorový součin; rovnice přímky a roviny, vzájemné polohy přímek a rovin, odchylky, vzdálenosti; rovnice kružnice, elipsy, paraboly a hyperboly, tečny ke kuželosečkám, rovnice kvadrik v základním tvaru.

7. Křivky a plochy v E^3

Parametrické vyjádření křivky. Tečna, oskulační rovina, hlavní normála, binormála. Parametrizace obloukem. Frenetovy vzorce, křivost a torze. Příklady. Parametrizace plochy, tečná rovina plochy. Křivka na ploše a její křivost, Gaussova křivost a její význam. Příklady.

1. Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika

Kombinace, variace, permutace (bez opakování, s opakováním) a jejich užití při řešení úloh, princip inkluze a exkluze; binomická věta. Náhodný jev a jeho pravděpodobnost, pravděpodobnost sjednocení náhodných jevů, nezávislé jevy a jejich pravděpodobnost. Základní pojmy deskriptivní statistiky (statistický soubor, absolutní a relativní četnost, aritmetický průměr, modus, medián, směrodatná odchylka, rozptyl).

2. Metody středoškolské matematiky

Vytváření představ a pojmů, klasifikace pojmů, definice; tvorba hypotéz (s užitím neúplné indukce a analogie), věty a jejich důkazy (důkaz přímý, nepřímý, sporem, matematickou indukcí); axiomatická metoda ve středoškolské matematice. Příklady aplikací matematiky.