

Vzdálenosti a východ Slunce

Zdeněk Halas

KDM MFF UK, 2011

Aplikace matem. pro učitele

Jak daleko je ...

Východ a západ Slunce

Jak daleko je ...

Zadání

Na řece Berounce se nachází obec Nižbor. Leží na 50° severní šířky a 14° východní délky.

Philadelphia leží na 40° severní šířky a 75° západní délky.

Jaká je vzdálenost těchto dvou míst?

Známe přesné zeměpisné souřadnice dvou míst na Zemi. Jaká je jejich vzdálenost?

Nelze ji určit prostým měřením na mapě. Ze zeměpisných souřadnic ji však lze vypočítat.

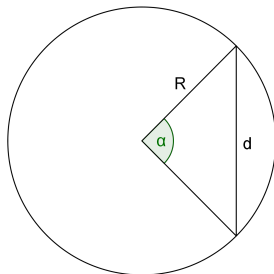
Jak daleko je ...

Výpočet

Vypočteme vzdálenost d obou bodů v \mathbb{R}^3 a pak dopočítáme velikost úhlu α ze vztahu

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{d}{2R},$$

kde R značí poloměr Země.



Jak daleko je ...

Výpočet

Pokud označíme zeměpisnou šířku a délku jednotlivých míst φ_1 a λ_1 , resp. φ_2 a λ_2 , dostaneme ze vztahu pro eukleidovskou vzdálenost

$$\left(\frac{d}{R}\right)^2 = (\cos \varphi_1 \cos \lambda_1 - \cos \varphi_2 \cos \lambda_2)^2 + (\cos \varphi_1 \sin \lambda_1 - \cos \varphi_2 \sin \lambda_2)^2 + (\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2)^2.$$

Po úpravě máme

$$\cos \alpha = \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos(\lambda_1 - \lambda_2).$$

Známe-li nyní α , je vzdálenost při pohybu po povrchu zemském rovna

$$R \cdot \alpha.$$

Východ a západ Slunce

Kdy vychází a zapadá Slunce?

Otázka na první pohled obtížná má snadné řešení, pokud si uvědomíme, že od pravého poledne po západ (a stejně tak od východu po pravé poledne) Slunce „vykreslí“ na zemském povrchu čtvrtinu hlavní kružnice.

Stačí tedy v právě odvozeném vzorci

$$\cos \alpha = \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos(\lambda_1 - \lambda_2)$$

dosadit $\alpha = 90^\circ$,

$\lambda_1 - \lambda_2$ bude doba t , za kterou se Země otočí od pravého poledne po soumrak (nebo od východu po pravé poledne),

φ_1 bude zeměpisná šířka zvoleného místa a

φ_2 bude deklinace δ Slunce (v době slunovratu zimního: $-23,5^\circ$, letního: $23,5^\circ$).

Východ a západ Slunce

Dosazením dostaneme

$$0 = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t ,$$

neboli po úpravě

$$\cos t = -\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta .$$

Příklad:

Západ Slunce v Praze v době zimního slunovratu (21. prosince)

$$\cos t = -\operatorname{tg} 50^\circ \operatorname{tg}(-23,5^\circ) ,$$

odkud $t = 58,79^\circ$, což odpovídá asi 3 hod. a 55 min. Je-li právě poledne ve 12 hod. (tj. jsme-li přesně na 15. poledníku), vychází Slunce přibližně v 8:05 a zapadá v 15:55 hod.

Východ a západ Slunce

Problémy

Zde jsme odvodili geometrický východ a západ Slunce. Skutečný východ (západ) nastává, nachází-li se Slunce na skutečném horizontu, ne na geometrickém.

V praxi je tedy potřeba zahrnout tyto vlivy:

refrakce r u obzoru ($r = 34'$),

průměr slunečního disku ($2\sigma = 32'$),

depresi horizontu ($\kappa = 1,8' \cdot \sqrt{h}$, kde h je nadmořská výška v m),

případně paralaxu Slunce ($\pi = 8,8''$, často se zanedbává).

V obecném dni v roce neznáme přesnou dekliační δ . Poměrně snadno ji můžeme odhadnout pomocí přibližného vzorce

$$\delta = -23,5^\circ \cdot \cos(t + 10^\circ),$$

$$t = 0,985^\circ \cdot (D + 30,3(M - 1)),$$

kde D je den v měsíci a M je měsíc.