

## 2.3 Princip satelitní navigace

V současné době je nejpoužívanějším systémem satelitní navigace GPS (Global Positioning System). Nachází velmi širokého užití: od automobilů, záchranné služby, přes navádění lodí a letadel až po finanční sektor, kde slouží k přesnému určování času jednotlivých transakcí. Kromě navigace jsou globální navigační systémy důležité pro přesný čas (UTC – Universal Time Coordinated) a jeho šíření po celém světě. Přestože dnes GPS nachází široké civilní uplatnění, jedná se původně o systém vojenský. Měl totiž sloužit asi 40 000 vojenských uživatelů, nyní jej však využívá přes 20 milionů civilních a vojenských uživatelů po celém světě.

Zrod satelitní navigace můžeme datovat do začátku 60. let, kdy námořnictvo Spojených států rozhodlo vytvořit systém pro účely přesné navigace. Nazýval se *Navy Navigation Satellite System* neboli TRANSIT. Motivací byly zejména obtíže při dlouhodobém řízení ponorek – musely pravidelně obnovovat informace o své poloze. Dalším důvodem bylo usnadnění navádění balistických střel. Tento systém byl ještě velmi odlišný od současného GPS. Jeho provoz byl ukončen roku 1996.

V roce 1964 vytvořila výzkumná laboratoř *Naval Centre for Space Technologies* (NCST) program TIMATION (TIME/navigATION). Výsledkem byly dva satelity vypuštěné v letech 1967 a 1969. Právě tyto satelity otevřely cestu k GPS. Určování pozice už bylo založeno na podobném principu, na jakém je založeno GPS. V rámci programu TIMATION byly v letech 1974 a 1977 vypuštěny další dva satelity NTS I a NTS II (Navigation Technology Satellite). Byly to první satelity, na nichž byly instalovány atomové hodiny – rubidiové a cesiové. Tím se staly prototypy satelitů GPS. V únoru roku 1978 pak byly v rámci programu NAVSTAR GPS vypuštěny první satelity GPS. Vše bylo tehdy pod kontrolou armády. Základní motto tehdy znělo:

*vypustit 5 bomb do téhož kráteru,  
vybudovat levný (tj. pod 10 000 dolarů) systém pro navigaci.*

Po nehodě raketoplánu Challenger roku 1986 byl tento přístup přehodnocen.

První generace satelitů GPS byla tvořena dvanácti satelity. Tato konstelace, označovaná jako Block I, byla vypuštěna v letech 1978 až 1985. Dalších devět satelitů bylo vypuštěno v letech 1989 a 1990 (Block II). První velký test GPS proběhl v letech 1990 a 1991 při válce v Perském zálivu. Šestnáct satelitů GPS tehdy řídilo operaci Pouštní bouře s přesností asi 30 metrů. Přehled všech fází vypouštění satelitů je uveden v následující tabulce.

**Tab. 3 – Vypouštění satelitů GPS**

Série	Období	satelitů
Block I	1978–1985	10
Block II	1989–1990	9
Block IIA	1990–1997	19
Block IIR	1997–2004	12
Block III	od 2014	32

Roku 1993 začala snaha o co největší civilní využívání GPS. Signál pro terminály civilních uživatelů byl však narušen záměrnou systematickou chybou (tzv. Selective Availability – SA, která byla implementována kvůli možnému zneužití proti USA). Přesnost tak byla omezena na 100 metrů. Brzy se však ukázalo, že taková přesnost nebyla pro zamýšlená použití přiměřená. Vypnutí SA oznámil 1. května 2000 americký prezident Bill Clinton.<sup>9</sup> Hlavním důvodem byla jednak nevyhovující přesnost GPS s SA (například při záchranných akcích), jednak také technický pokrok, který umožnil snížení přesnosti lokálně. V případě válečného konfliktu by tedy bylo možné snížit přesnost jen na vymezeném území.

Od roku 2005 se na oběžných drahách pohybuje 32 satelitů, z nichž by mělo být v činnosti alespoň 24. Jednotlivé satelity jsou umístěny v 6 orbitálních rovinách, které mají oproti rovině rovníku sklon 55°. Vzdálenost satelitů od zemského povrchu je přibližně 20 000 km.

GPS není jediným systémem satelitní navigace. V bývalém Sovětském svazu vznikl za studené války systém GLONASS (Глобальная Навигационная Спутниковая Система). Jeho kořeny sahají také až do šedesátých let. Vypouštění satelitů bylo zahájeno 12. října 1982, oficiálně však tento systém začal pracovat až 24. září 1993. V druhé polovině roku 1996 bylo schváleno civilní užití se zachováním přesnosti.

Posledním systémem satelitní navigace je GALILEO. Jedná se o systém čistě civilní, evropský a díky pozdějšímu datu svého vzniku také bude přesnější a modernější. Realizace byla započata v roce 2001. Systém je však výrazně dražší, než se původně očekávalo. Spuštění se tak stále odsouvá, termín je stanoven na rok 2014. Evropský úřad pro dohled nad globálním navigačním družicovým systémem Galileo (GSA) bude sídlit v pražských Holešovicích.

Podívejme se nyní na podstatu fungování GPS. Na oběžných drahách<sup>10</sup> ve výšce asi 20 000 km nad zemským povrchem se pohybují satelity,<sup>11</sup> které oběhnou Zemi za necelých dvanáct hodin. Základní výbavou každého z těchto satelitů jsou troje až čtyři atomové hodiny pro určování přesného<sup>12</sup> času a vysílač signálu. Do vybavení satelitů také patří systém NUDET (Nuclear Detonation) pro detekci a lokalizaci jaderných výbuchů.

Satelity GPS vysílají dva druhy signálů. Označují se *C/A-code* (Coarse Acquisition) a *P-code* (Precision). První je rychlejší, slouží zejména k prvnímu odhadu pozice. Druhý signál je pomalejší, poskytuje však velmi přesné informace o poloze.<sup>13</sup> Signál, který satelit vysílá, obsahuje zejména informace o jeho pozici a přesný čas.<sup>14</sup>

---

<sup>9</sup> K vypnutí SA došlo hned následujícího dne.

<sup>10</sup> Tyto eliptické dráhy jsou téměř kruhové, hlavní poloosa měří 26 578 km.

<sup>11</sup> Hmotnost jednoho satelitu se pohybuje kolem 1 100 kg, u novějších modelů kolem 1 700 kg. Každý z rozměrů jednoho satelitu (bez solárních panelů) je téměř 2 metry.

<sup>12</sup> Přesnost je řádově  $10^{-13}$  s. Srovnáním údajů z více hodin lze snáze odhadnout a korigovat chybu.

<sup>13</sup> P-code je dostupný pouze *autorizovaným uživatelům*, tj. vojenskému sektoru (USA a spojenci) a geodetům (v zemích, kde nehrozí nebezpečí vojenského zneužití).

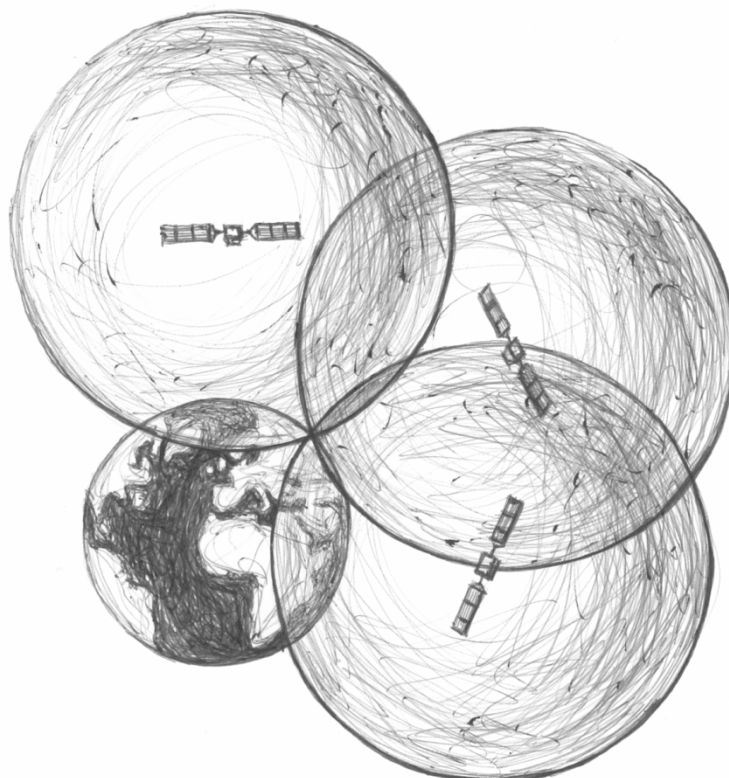
<sup>14</sup> Právě na znepřesnění údajů o čase a o pozici satelitu bylo založeno SA. V období války v Perském zálivu byla SA vypnuta.

Na pěti místech na Zemi jsou umístěny stanice, které monitorují satelity na oběžných drahách. Informace se posílají do řídicího centra v Coloradu, kde se na jejich základě určují přesné polohy a odchylky v určování času jednotlivých satelitů. Ty jsou také vybaveny malými raketovými motory, které umožňují drobné korekce dráhy.

Přesný čas a znalost pozice satelitu je pro určení polohy uživatele zásadní. Přijímač porovná čas, kdy byl signál ze satelitu vyslán, s časem, kdy jej přijal. Signál se šíří rychlostí světla  $c$ , proto lze snadno z rozdílu  $t$  těchto časů vypočítat vzdálenost  $r$  satelitu od přijímače:

$$r = c \cdot t.$$

Jeden takovýto údaj není postačující, protože množina všech bodů v zadané vzdálenosti tvoří kulovou plochu. Pokud přidáme údaje z dalšího satelitu, dostaneme průnik dvou kulových ploch. To stále není postačující pro přesnou lokalizaci. Teprve z průniku alespoň tří<sup>15</sup> kulových ploch můžeme získat aktuální pozici přijímače na zemském povrchu. Situace je zakreslena na následujícím obrázku.



Z matematického hlediska se jedná o úlohu nalézt průsečík tří kulových ploch. Ve středu každé z těchto kulových ploch se nachází satelit, jehož poloha je známá. Řešení provedeme pomocí analytické geometrie. Úloha tak přejde na soustavu tří kvadratických rovnic o třech neznámých.

---

<sup>15</sup> Jelikož není GPS přijímač přesně synchronizován se satelity, je pro určení polohy potřeba znát vzdálenosti přijímače od alespoň čtyř satelitů.

Zvolme nejprve kartézskou soustavu souřadnic tak, že její počátek se bude nacházet ve středu Země. Za osu  $z$  zvolíme zemskou osu. Rovinu  $xy$  ztotožníme s rovinou zemského rovníku. Za kladnou poloosu  $x$  přitom vezmeme poloosu procházející nultým poledníkem a za kladnou poloosu  $y$  zvolíme<sup>16</sup> poloosu procházející  $90^\circ$  východní délkou. Označme dále polohu  $i$ -tého satelitu  $[a_i, b_i, c_i]$ ,  $i = 1, 2, 3$ . Označíme-li poloměry příslušných kulových ploch po řadě  $r_1, r_2, r_3$ , dostaneme příslušnou soustavu kvadratických rovnic, která odpovídá průniku všech tří kulových ploch:

$$(x - a_1)^2 + (y - b_1)^2 + (z - c_1)^2 = r_1^2 = c^2 t_1^2$$

$$(x - a_2)^2 + (y - b_2)^2 + (z - c_2)^2 = r_2^2 = c^2 t_2^2$$

$$(x - a_3)^2 + (y - b_3)^2 + (z - c_3)^2 = r_3^2 = c^2 t_3^2$$

Odečtením třetí rovnice od první a druhé rovnice odstraníme z těchto prvních dvou rovnic druhé mocniny neznámých:

$$(2a_3 - 2a_1)x + (2b_3 - 2b_1)y + (2c_3 - 2c_1)z = D_1$$

$$(2a_3 - 2a_2)x + (2b_3 - 2b_2)y + (2c_3 - 2c_2)z = D_2$$

$$(x - a_3)^2 + (y - b_3)^2 + (z - c_3)^2 = c^2 t_3^2,$$

kde

$$D_1 = c^2(t_1^2 - t_3^2) + a_3^2 + b_3^2 + c_3^2 - a_1^2 - b_1^2 - c_1^2$$

$$D_2 = c^2(t_2^2 - t_3^2) + a_3^2 + b_3^2 + c_3^2 - a_2^2 - b_2^2 - c_2^2$$

jsou konstanty. První dvě rovnice jsou lineární, lze tedy snadno vyjádřit neznámé  $x$  a  $y$  pomocí  $z$ . Výrazy  $x(z)$  a  $y(z)$ , které tak vzniknou, dosadíme do třetí rovnice a získáme tak kvadratickou rovnici s jedinou neznámou  $z$ . Tato rovnice má dvě řešení. Jedno však můžeme zcela vyloučit, protože se nachází příliš vysoko nad zemským povrchem. Tím dostaneme jediné vyhovující řešení  $(x_0, y_0, z_0)$ .

Nyní zbývá ze získaného řešení, které jsme počítali v kartézské soustavě souřadnic, vypočítat zeměpisnou šířku  $\varphi$ , zeměpisnou délku  $\lambda$  a nadmořskou výšku  $v$ . Připomeňme, že

$$\varphi \in (-90^\circ, 90^\circ) \quad \text{a} \quad \lambda \in (-180^\circ, 180^\circ).$$

Zároveň vzdálenost bodu  $(x_0, y_0, z_0)$  od středu Země je

$$h = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}.$$

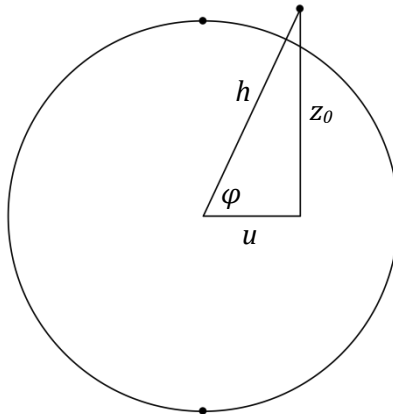
Nadmořskou výšku pak získáme jako rozdíl vzdálenosti  $h$  a poloměru<sup>17</sup> Země  $R = 6\,378,137$  m:

<sup>16</sup> Přesněji se v systému GPS volí kladná poloosa  $y$  tak, aby společně s poloosami  $x$  a  $z$  tvořila pravotočivou kartézskou soustavu souřadnic.

<sup>17</sup> Zemi zde bereme pro jednoduchost jako kouli; v GPS se používá referenční elipsoid a celý systém korekcí.

$$v = h - R.$$

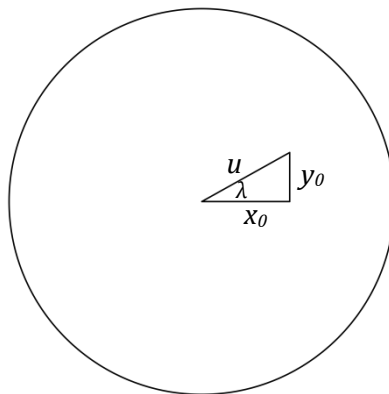
Znázorníme-li řez zeměkoulí oběma póly a naší výslednou pozicí  $(x_0, y_0, z_0)$ , dostaneme



odkud plyne vztah  $z_0 = h \cdot \sin \varphi$ . Zeměpisnou šířku lze tedy vypočítat podle vztahu

$$\varphi = \arcsin \frac{z_0}{h}.$$

Poznamenejme ještě, že úsečka  $u$  se nachází v rovině rovníku, tj. v rovině  $xy$ . Tam vypadá situace následovně:



Vzhledem k tomu, že  $u = h \cdot \cos \varphi$ , dostáváme vztahy

$$\begin{aligned} x_0 &= h \cdot \cos \varphi \cos \lambda \\ y_0 &= h \cdot \cos \varphi \sin \lambda, \end{aligned}$$

z nichž už lze dopočítat zeměpisnou délku  $\lambda$ . Tím jsme převedli kartézské souřadnice polohy přijímače na zeměpisnou šířku, délku a nadmořskou výšku.

V současné době dosahují běžné přijímače přesnosti 10–15 metrů. Pomocí dalších technických vylepšení lze tuto přesnost zvýšit až na desítky centimetrů. Poměrně velký vliv na konečnou přesnost má zemská atmosféra, kterou musí projít signál vyslaný satelitem. Největší problémy

činí troposféra<sup>18</sup> (do 20 km nad povrchem Země) a ionosféra<sup>19</sup> (60–1000 km nad zemským povrchem). Vysoká koncentrace volných elektronů v ionosféře má vliv na amplitudu i na fázi signálu, jenž se díky tomu může zpoždit o 2–50 nanosekund. Pokud je satelit nízko nad obzorem, tak signál prochází ionosférou mnohem déle a zpoždění tak může vzrůst až na trojnásobek, tj. 150 ns, což odpovídá chybě 45 m. To je jeden z důvodů, proč se raději satelity, které jsou méně než 5° nad obzorem, neberou v úvahu.

Troposféra a ionosféra mají na signál GPS negativní vliv, každá z těchto vrstev poněkud jiný. Do jisté míry jej lze snížit volbou vhodné frekvence. Požadavky na frekvenci jsou však v obou případech odlišné, takže nejlepší volba je vždy otázkou kompromisu. GPS pracuje na dvou frekvencích. Základní frekvencí je  $f_0 = 10,23$  MHz, druhá je jejím 154násobkem.

Volba dvou různých frekvencí má velkou výhodu – umožňuje mimo jiné minimalizaci důsledků negativního vlivu ionosféry na GPS signál. Tento vliv je totiž závislý na frekvenci signálu. Porovnáním údajů příslušných dvěma frekvencím je možné jej poměrně přesně odhadnout a korigovat.

Jak již bylo zmíněno v úvodu této kapitoly, GPS není nevyužíváno pouze pro určování polohy. Své aplikace nachází také velmi přesný čas, na němž je tento systém založen. Čas GPS (GPS system time) byl nastaven podle světového koordinovaného času (UTC, Universal Time Coordinated) 6. ledna 1980. Světový koordinovaný čas je však na rozdíl od času GPS korigován vkládáním<sup>20</sup> nebo odečítáním přestupných sekund tak, aby se lišil od času daného zemskou rotací o méně než 0,9 sekundy. Při využívání přesného času z GPS je tedy potřeba připočítat přestupné vteřiny, aby bylo dosaženo souhlasu se světovým koordinovaným časem.

---

<sup>18</sup> Jedná se o nejnižší vrstvu atmosféry. Právě zde se odehrávají změny atmosféry, které nazýváme počasím. V troposféře se nachází téměř všechna atmosférická voda. Signálu GPS působí potíže zejména postupné změny teploty a tlaku vzduchu a rozložení vody.

<sup>19</sup> Tato část atmosféry je vodivá a ionizovaná. Je udržována rentgenovým a ultrafialovým zářením Slunce. Stupeň ionizace tedy závisí zejména na sluneční činnosti; v průběhu dne značně kolísá.

<sup>20</sup> Reálně dochází ke vkládání. Sekunda byla totiž původně definována na základě zemské rotace měřené mezi lety 1756 a 1895. Rychlost zemské rotace se však stále snižuje. Koncem 20. století bylo vkládáno průměrně 9 sekund za jedno desetiletí.

```

# Výpočet (geometrického) východu Slunce
# odhad deklinace je velmi přibližný

import math

sirka = 50.12
delka = 14.5

sirka = sirka *math.pi/180

#print('Zadejte den')
#print('Zadejte měsíc')
D = 22
M = 2

for M in range(1,13):
    for D in range(1,30):

        #deklinace - velmi přibližný vzorec
        t = 0.985*(D + 30.3*(M-1))
        delta = (-23.5) * math.cos( (t + 10) * math.pi/180 ) *math.pi/180

        vychod = 12 - math.acos( (-1)* math.tan(sirka) * math.tan(delta) ) *180/math.pi/15

        VH = vychod // 1
        VM = (vychod - vychod // 1) *60

        print(str(D) + '. ' + str(M) + '. ' + 'Slunce vychází ')
        print(str(int(VH)) + ' hod. ' + str(int(VM)) + ' min.')

```

# Výpočet (geometrického) východu a západu Slunce

```
import math
```

```
pi = 3.141592653589793
```

```
sirka = 50.0
```

```
delka = 14.5
```

```
sirka = sirka*pi/180
```

```
for M in range(1,13):
```

```
    for D in range(1,31):
```

```
        #D = int(input('Zadejte den: '))
```

```
        #M = int(input('Zadejte měsíc: '))
```

```
        PredchMesice = [0,0,31,59,90,120,151,181,212,243,273,304,334]
```

```
        N = D + PredchMesice[M]    #kolikaty den v roce
```

```
        LS = 280.46 + 0.9856474*N
```

```
        MS = (357.528+0.9856003*N)*pi/180
```

```
        oprava = 1.915*math.sin(MS) + 0.02*math.sin(2*MS)
```

```
        deklinace = math.asin( math.sin(-23.439*pi/180) * math.sin((90 + N+10 + oprava)*pi/180) )
```

```
        Uhel = math.acos(0- math.tan(sirka) * math.tan(deklinace) ) *180/pi/15
```

```
        #Uhel = Uhel - .18/(math.sqrt(math.cos(sirka - deklinace)*math.cos(sirka + deklinace)))
```

```
            #v sekundách
```

```
            CasovaRovnice = 592.0*math.sin(2*LS*pi/180) - 460.0*math.sin((LS+79.5)*pi/180)
```

```
            CasovaRovnice = CasovaRovnice/3600
```

```
            vychod = 12 - CasovaRovnice - Uhel
```

```
            zapad = 12 - CasovaRovnice + Uhel
```

```
            VH = vychod // 1    #posun o jednu hodinu kvůli časovému pásmu
```

```
            VM = (vychod - vychod // 1) *60
```

```
            ZH = zapad // 1    #posun o jednu hodinu kvůli časovému pásmu
```

```
            ZM = (zapad - zapad // 1) *60
```

```
            print(str(D) + '. ' + str(M) + '. ' + '\t' + str(int(VH)) + ' hod. ' + str(int(VM)) + ' min.' + '\t' +  
str(int(ZH)) + ' hod. ' + str(int(ZM)) + ' min.')
```