

## NMFM310, téma 5: lineární modely časových řad

### Příklad 1:

Spočtete autokovarianční funkci MA(2) procesu daného rovnicí

$$X_t = \varepsilon_t + 0.2\varepsilon_{t-1} - 0.7\varepsilon_{t-2}, \quad t \in \mathbb{Z},$$

kde  $\{\varepsilon_t, t \in \mathbb{Z}\}$  je bílý šum.

### Příklad 2:

Spočtete autokovarianční funkci MA(3) procesu daného rovnicí

$$X_t = 0.5\varepsilon_t + 2\varepsilon_{t-2} - \varepsilon_{t-3}, \quad t \in \mathbb{Z},$$

kde  $\{\varepsilon_t, t \in \mathbb{Z}\}$  je bílý šum.

### Příklad 3:

Spočítejte autokovarianční funkci AR(1) procesu daného rovnicí

$$X_t - 0.7X_{t-1} = \varepsilon_t, \quad t \in \mathbb{Z},$$

kde  $\{\varepsilon_t, t \in \mathbb{Z}\}$  je bílý šum. Vyjádřete  $X_t$  jako kauzální lineární proces.

### Příklad 4:

Pomocí Yule-Walkerových rovnic spočítejte autokovarianční funkci AR(2) procesu daného rovnicí

$$X_t - 0.7X_{t-1} + 0.1X_{t-2} = \varepsilon_t, \quad t \in \mathbb{Z},$$

kde  $\{\varepsilon_t, t \in \mathbb{Z}\}$  je bílý šum. Vyjádřete  $X_t$  jako kauzální lineární proces.

### Příklad 5:

Pomocí Yule-Walkerových rovnic spočítejte autokovarianční funkci AR(2) procesu daného rovnicí

$$X_t - 0.4X_{t-1} + 0.04X_{t-2} = \varepsilon_t, \quad t \in \mathbb{Z},$$

kde  $\{\varepsilon_t, t \in \mathbb{Z}\}$  je bílý šum. Vyjádřete  $X_t$  jako kauzální lineární proces.

## Domácí úloha

V souboru "casrady.csv" jsou uloženy tři realizace časové řady délky 100. Byly generovány podle následujících modelů:

- bílý šum s nulovou střední hodnotou a kladným rozptylem  $\sigma^2$ ,
- AR(1), to jest model  $X_t = aX_{t-1} + Y_t$ ,
- MA(1), to jest model  $X_t = Y_t + bY_{t-1}$ .

Vaším úkolem je:

- Spočítat odhady autokovariančních funkcí pro tyto posloupnosti (a rozdíly v časech například do velikosti 10) a vykreslit do grafu.
- Na základě odhadů autokovariančních (nebo ještě lépe autokorelačních) funkcí určit, která posloupnost odpovídá kterému modelu.
- Pro řadu odpovídající bílému šumu odhadnout jeho rozptyl  $\sigma^2$ .
- Pomocí metody Yule-Walkerových rovnic a odhadnutých autokovariančních funkcí odhadnout koeficient  $a$  pro řadu z modelu AR(1) a také odhadnout rozptyl bílého šumu  $Y_t$ .
- Pro všechny 3 řady spočítat lineární předpověď pro  $X_{101}$  na základě pozorování  $X_{100}$  a na základě pozorování  $X_{100}$  a  $X_{99}$ , podle postupu z přednášky a pomocí odhadnutých autokovariančních funkcí.