

1. Uvažujte hody třemi symetrickými kostkami s výsledky  $a, b, c$ . Označme postupně  $A := [a \cdot b \text{ je liché číslo}]$ ,  $B := [b \cdot c \text{ je dělitelné třemi}]$ ,  $C := [b \text{ je } 1 \text{ nebo } 3]$ .

- Rozhodněte, zda jsou jevy  $A, B, C$  nezávislé a pokud ne, zjistěte, které dvojice jevů nezávislé jsou a které ne.
- Spočtěte  $P(B|A), P(C|A), P(A|B), P(C|B), P(A|C), P(B|C)$ .

2. Uvažujte nezávislé hody třemi symetrickými kostkami  $\mathbb{A}, \mathbb{B}, \mathbb{C}$ . Výsledky těchto hodů označme  $a, b, c$ . Rozhodněte, zda jevy  $A, B, C$  jsou nezávislé a po dvou nezávislé.

(a)  $A = [a+b+c \text{ je liché číslo}]$ ,  $B = [a+b+c \text{ je dělitelné třemi}]$ ,  $C = [a \cdot b \cdot c \text{ je dělitelné } 7]$

(b)  $A = [a \cdot b \cdot c \text{ je liché číslo}]$ ,  $B = [a \cdot b \cdot c \text{ je dělitelné třemi}]$ ,  $C = [a \cdot b \cdot c \text{ je dělitelné } 7]$

(c)  $A = [a, b \text{ jsou lichá čísla}]$ ,  $B = [b, c \text{ jsou dělitelné } 3]$ ,  $C = [a + c \text{ je liché číslo}]$

3. 1. V osudí je celkem 5 koulí, dvě bílé a tři černé. Celkem třikrát táhneme z osudí jednu kouli, přičemž tuto kouli do osudí vrátíme a navíc do osudí přidáme vždy další dvě koule stejné barvy jako byla tažená koule. Určete pravděpodobnost, že ve třetím tahu bude tažená bílá koule.

4. Uvažujte dokonale promíchaný balíček 32 karet. Každá karta je jednoznačně určena dvojicí (barva, hodnota)  $\in \{1, 2, 3, 4\} \times \{1, \dots, 8\}$ . Určete pravděpodobnost, že po třech sejmutí tohoto balíčku (náhodný výběr s vracením) nebude mít ani jedna ze sejmutých karet hodnotu 8.

5. Předpokládejte, že z dokonale promíchaného balíčku 32 mariášových karet je rozdáno 5 karet vám a 5 soupeři (náhodně). Jedna ze 4 barev je trumfová. Spočtěte pravděpodobnost, že soupeř má v ruce trumfové eso, pokud víte, že vy ho v ruce nemáte.

6. Uvažujte nezávislé hody dvěma symetrickými kostkami  $\mathbb{A}, \mathbb{B}$  s výsledky  $a, b$ . Jaká je pravděpodobnost, že alespoň v jednom hodu padne šestka, pokud víte, že součin  $a \cdot b$  je dělitelný šesti.

7. Na přednášku chodí celkem 4 studenti (nezávisle jeden na druhém). Dva z nich jsou poctiví, což znamená že na každou přednášku chodí nezávisle s pravděpodobností  $1/2$ . Druzí dva jsou svobodomyšlní, což znamená, že na každou přednášku chodí nezávisle s pravděpodobností  $1/3$ . Uvažujte situaci, kdy na první přednášku přišel právě jeden z těchto čtyř studentů. S jakou pravděpodobností je poctivý, pokud víte pouze to, že přišel jed jeden a to tento žák?

8. Ve váčku máte dvě hrací kostky na pohled od sebe k nerozeznání, jednu spravedlivou a jednu cinknutou tak, že pravděpodobnost padnutí hodnoty 6 je  $1/2$ . Náhodně jednu z nich vyberete a hodíte 6. S jakou pravděpodobností je vybraná kostka cinknutá? Dále předpokládejte, že váš soupeř dostane tu druhou a hrajete spolu hru - kdo dřív hodí 6. Protože jste na zkoušku hodili 6 věříte si, a proto necháte soupeře začínat. S jakou pravděpodobností se stanete vítězem, pokud se se svým protivníkem v házení kostkami střídáte?

1. Uvažujte hody třemi symetrickými kostkami s výsledky  $a, b, c$ . Označme postupně  
 $A := [a \cdot b \text{ je liché číslo}]$ ,  $B := [b \cdot c \text{ je dělitelné třemi}]$ ,  $C := [b \text{ je } 1 \text{ nebo } 3]$ .

- Rozhodněte, zda jsou jevy  $A, B, C$  nezávislé a pokud ne, zjistěte, které dvojice jevů nezávislé jsou a které ne.
- Spočtěte  $P(B|A), P(C|A), P(A|B), P(C|B), P(A|C), P(B|C)$ .

2. Uvažujte nezávislé hody třemi symetrickými kostkami  $\mathbb{A}, \mathbb{B}, \mathbb{C}$ . Výsledky těchto hodů označme  $a, b, c$ . Rozhodněte, zda jevy  $A, B, C$  jsou nezávislé a po dvou nezávislé.

- (a)  $A = [a+b+c \text{ je liché číslo}]$ ,  $B = [a+b+c \text{ je dělitelné třemi}]$ ,  $C = [a \cdot b \cdot c \text{ je dělitelné } 7]$   
 (b)  $A = [a \cdot b \cdot c \text{ je liché číslo}]$ ,  $B = [a \cdot b \cdot c \text{ je dělitelné třemi}]$ ,  $C = [a \cdot b \cdot c \text{ je dělitelné } 7]$   
 (c)  $A = [a, b \text{ jsou lichá čísla}]$ ,  $B = [b, c \text{ jsou dělitelné } 3]$ ,  $C = [a + c \text{ je liché číslo}]$

3. 1. V osudí je celkem 5 koulí, dvě bílé a tři černé. Celkem třikrát táhneme z osudí jednu kouli, přičemž tuto kouli do osudí vrátíme a navíc do osudí přidáme vždy další dvě koule stejné barvy jako byla tažená koule. Určete pravděpodobnost, že ve třetím tahu bude tažená bílá koule.

4. Uvažujte dokonale promíchaný balíček 32 karet. Každá karta je jednoznačně určena dvojicí (barva, hodnota)  $\in \{1, 2, 3, 4\} \times \{1, \dots, 8\}$ . Určete pravděpodobnost, že po třech sejmutí tohoto balíčku (náhodný výběr s vracením) nebude mít ani jedna ze sejmutých karet hodnotu 8.

5. Předpokládejte, že z dokonale promíchaného balíčku 32 mariášových karet je rozdáno 5 karet vám a 5 soupeři (náhodně). Jedna ze 4 barev je trumfová. Spočtěte pravděpodobnost, že soupeř má v ruce trumfové eso, pokud víte, že vy ho v ruce nemáte.

6. Uvažujte nezávislé hody dvěma symetrickými kostkami  $\mathbb{A}, \mathbb{B}$  s výsledky  $a, b$ . Jaká je pravděpodobnost, že alespoň v jednom hodu padne šestka, pokud víte, že součin  $a \cdot b$  je dělitelný šesti.

7. Na přednášku chodí celkem 4 studenti (nezávisle jeden na druhém). Dva z nich jsou poctiví, což znamená že na každou přednášku chodí nezávisle s pravděpodobností  $1/2$ . Druzí dva jsou svobodomyšlní, což znamená, že na každou přednášku chodí nezávisle s pravděpodobností  $1/3$ . Uvažujte situaci, kdy na první přednášku přišel právě jeden z těchto čtyř studentů. S jakou pravděpodobností je poctivý, pokud víte pouze to, že přišel jed jeden a to tento žák?

8. Ve váčku máte dvě hrací kostky na pohled od sebe k nerozeznání, jednu spravedlivou a jednu cinknutou tak, že pravděpodobnost padnutí hodnoty 6 je  $1/2$ . Náhodně jednu z nich vyberete a hodíte 6. S jakou pravděpodobností je vybraná kostka cinknutá? Dále předpokládejte, že váš soupeř dostane tu druhou a hrajete spolu hru - kdo dřív hodí 6. Protože jste na zkoušku hodili 6 věříte si, a proto necháte soupeře začínat. S jakou pravděpodobností se stanete vítězem, pokud se se svým protivníkem v házení kostkami střídáte?