

## Ergodická teorie pro stochastické rovnice v nekonečně dimenzionálním prostoru

Bohdan Maslowski, *Matematický ústav AV ČR, Praha, ČR*

V první části budou připomenuty některé základní výsledky ergodické teorie stochastických rovnic v nekonečné dimenzi, týkající se zejména limitního chování pravděpodobnostních rozdělení v metrice totální variace měr. V návaznosti na ně pak budou v druhé části prezentovány některé nové výsledky o exponenciální ergodicitě, dosažené ve spolupráci s Benem Goldysem z UNSW v Sydney. Jako ilustrace budou uvedeny případy rovnice reakce a difuze a některé rovnice stochastické hydrodynamiky (Burgersova, 2D Navierova-Stokesova).

### Gambler's Ruin Problem with Relative Wealth Perception

Jan Večeř, *Department of Statistics, Columbia University, USA*

We consider a modified version of Gambler's Ruin Problem in which the gambler decides to quit based on the relative change of his or her wealth. For this purpose we consider two possible changes of wealth, namely the upward rally and the downward fall. We define upward rally as the difference of the current wealth and its historical minimum, while the downward fall is the difference of the historical maximum of the gambler's wealth and its current value. The gambler stops playing once either the upward rally or the downward fall reach some pre-specified levels for the first time. This paper determines probabilities of stopping on the upward rally in contrast to stopping on the downward rally both in the discrete and in the continuous time models.

### Futures Trading Model with Transaction Costs

Karel Janeček, *RICAM, Austrian Academy of Sciences, Linz, Austria*

We consider an agent who invests in a futures contract and a money market and consumes in order to maximize the utility of consumption over an infinite planning horizon in the presence of a proportional transaction cost  $\lambda > 0$ . The utility function is of the form  $U(c) = c^{1-p}/(1-p)$  for  $p > 0$ . The asymptotic analysis for small  $\lambda$  for geometric Brownian motion was rigorously done by Janeček and Shreve in *Asymptotic Analysis for Optimal Investment and Consumption with Transaction Costs*, Finance and Stochastics **8**, 2004. The authors use the technique of super- and sub-solutions to the corresponding HJB equation. Unfortunately, a similar technique is not readily available for more general market models that lack the Markov property. The technique might not be feasible even for generalized models with the Markov property.

The fundamentally different approach of this work is based on purely probabilistic arguments. The advantage of this approach is that, besides being intuitively appealing, it can be

generalized to more general market setup, e.g., stochastic volatility, which is often necessary for a successful practical implementation.

### **Performance of Dynamic Hedging Strategies or How Not To Throw Away Million Dollars**

Aleš Černý, *Tanaka Business School, Imperial College London, UK*

Suppose an investment bank consists of two trading desks: equity and options, and it operates in a market where equity returns are leptokurtic and IID. It is well known (Schweizer 1994) that the optimal dynamic mean-variance trading strategy for the bank as a whole introduces path dependency into the hedging strategy of the option desk. This paper examines quasi-optimal strategies that preserve the path-independent nature of Black–Scholes option hedging coefficients without excessively compromising bank’s overall efficiency. It is shown that both the optimal and quasi-optimal strategy require close coordination between the equity and option desks, insofar as the optimal volume of option sales depends crucially on the relative performance of the two desks. Closed-form expressions for the Sharpe ratios and Certainty Equivalent Growth Rates as well as numerical results for a model calibrated to historical FTSE 100 equity index returns are given.

### **Asymptotická analýza strategií obchodování s akciami při existenci transakčních nákladů**

Petr Dostál, *KPMS, MFF UK, Praha, ČR*

Uvažujeme investora, který obchoduje s jednou akcií, přičemž nic nespotebavává. Jeho snaha je maximalizovat asymptotické chování očekávaného užitku měřeného užitkovou funkcí s hyperbolickou absolutní averzí vůči riziku (HARA) ve tvaru  $U_\gamma(x) = x^\gamma/\gamma$  pro  $\gamma < 0$  a  $U_0(x) = \ln x$ . Předpokládáme, že tržní cena akcie je geometrický Brownův pohyb. Tato omezení nám umožňují odvodit optimální intervalové strategie v téměř explicitní podobě. Tyto strategie jsou optimální i mezi všemi rozumnými strategiemi. V případě logaritmické užitkové funkce jsou odvozené strategie optimální i v modelu, který dostaneme rozumnou časovou transformací původního modelu geometrického Brownova pohybu. V ostatních případech jsou odvozené strategie optimální pouze při deterministické změně času.

### **Nelineární filtrace v Coxových bodových procesech**

Viktor Beneš, *KPMS, MFF UK, Praha, ČR*

Problém nelineární filtrace dvojně stochastických bodových procesů spočívá v odhadu řídicího procesu na základě pozorovaných událostí. Klasický přístup založený na řešení stochastické diferenciální rovnice pro podmíněnou hustotu je rozšířen na širší třídu řídicích

procesů. Zde např. procesy Ornstein-Uhlenbeckova typu umožňují vyjádření pomocí odpovídající Lévyho míry. Jsou uvedeny příklady modelů a naznačeno numerické řešení.

### **Exponential and $L^p$ -estimates for stochastic convolutions**

Jan Seidler, *Mathematical institute, Academy of Sciences CR, Prague, CZ*

Stochastic convolution integrals in Hilbert spaces arise, if linear and semilinear stochastic partial differential equations are studied by means of semigroup methods. To mimic procedures used in finite-dimensional stochastic analysis, estimates of Burkholder-Gundy-Davis type are needed. Unfortunately, such estimates are known for (local) martingales, whilst stochastic convolutions need not be even semimartingales. The lecture will be devoted to a recent approach to this problem based on unitary dilations and Zygmund's extrapolation theorem which yields the desired estimates in a straightforward way.

### **Small Deviations**

Jan Hannig, *Department of Statistics, Colorado State University, USA*

We consider the Laplace transforms of  $L^2$  norms of Gaussian stochastic processes. Except for some special cases, exact Laplace transforms are, in general, rarely obtained. It is the purpose of this talk to show that for many Gaussian random processes the Laplace transform can be expressed in terms of well understood functions using complex-analytic theorems on infinite products, in particular, the Hadamard Factorization Theorem. The second part of the talk concerns the generalization of comparison theorem of Li (1992) to more sums of general random variables.

### **Brownovské representace ve vektorové stochastické analýze.**

Martin Ondreját, *Matematický ústav AV ČR, Praha, ČR*

Stručný přehled vývoje, zobecování, aplikací a nejnovějších výsledků v oblasti representací spojitých lokálních martingalů jakožto stochastických integrálů, aneb původní Doobova věta v novém kabátku.