Finanční a pojistná matematika- SZZ

Informace uvedené v dokumentu se vztahují k oboru/programu FPM s počátkem studia mezi lety 2013 a 2021.

1. Pravděpodobnost a statistika

Náhodné veličiny, charakteristiky jejich rozdělení

Rozdělení, hustota, distribuční funkce, střední hodnota, rozptyl, kvantil, medián, šikmost, špičatost, charakteristická funkce, vytvořující funkce pravděpodobností, momentová vytvořující funkce.

Náhodné vektory, sdružené rozdělení, kovariance, modelování a měření závislostí

Rozdělení, hustota, distribuční funkce, vztah mezi sdruženým a marginálním rozdělením, rozptylová matice, kovariance, lineární korelace. Modelování závislostí pomocí kopul, Sklarova věta, základní typy kopul. Pořadové korelace, koeficienty koncové závislosti.

Podmíněné rozdělení

Podmíněná hustota, podmíněná střední hodnota a podmíněný rozptyl.

Rozdělení pravděpodobností v pojistné matematice

Rozdělení počtu škod, výše škody. Test dobré shody a Kolmogorovův-Smirnovův test jako diagnostické nástroje pro určení vhodnosti modelu. Model kolektivního rizika, složená rozdělení a jejich vlastnosti, numerický výpočet a aproximace rozdělení škodních úhrnů. Rozdělení extrémních hodnot a jejich užití v analýze blokových maxim, zobecněné Paretovo rozdělení a jeho užití k modelování excesů nad vysokou mezí.

Odhady parametrů a jejich vlastnosti

Definice odhadu, konsistence, nestrannost, vychýlení. Odhady parametrů normálního rozdělení. Metody odhadování parametrů.

Interval spolehlivosti

Přesný a přibližný interval spolehlivosti, jejich konstrukce, delta metoda, interpretace a vztah k testování hypotéz.

Principy testování hypotéz

Hypotéza, alternativa, test, testová statistika, kritický obor, kritické hodnoty, hladina, síla testu, p-hodnota.

Metoda maximální věrohodnosti a metoda momentů

Věrohodnostní funkce, skórová statistika, Fisherova informace. Regulární rodiny rozdělení. Asymptotické vlastnosti momentových a maximálně věrohodných odhadů.

Jednovýběrové, párové a dvouvýběrové testy

T-testy, Kolmogorovovy-Smirnovovy testy, Wilcoxonovy testy. Předpoklady, hypotéza, alternativa, testová statistika, kritické hodnoty.

Analýza rozptylu

Jednoduché třídění: předpoklady, hypotéza, alternativa, rozklad součtů čtverců, rozdělení součtu čtverců, F-test.

Model lineární regrese

Předpoklady, formulace modelu, interpretace parametrů, metoda nejmenších čtverců, vlastnosti odhadů, korelační koeficient a koeficient determinace, testování hypotéz o regresních koeficientech. Testování podmodelu. Diagnostika a výstavba modelu.

Bayesův princip

Apriorní a aposteriorní rozdělení. Bayesova věta. Ztrátová funkce a bayesovské odhady. Bayesova centrální limitní věta a kredibilitní interval. Konjugovaná rozdělení.

Zákon velkých čísel a centrální limitní věta

Posloupnosti nezávislých náhodných veličin. Čebyševova nerovnost. Slabý a silný zákon velkých čísel. Centrální limitní věta pro nezávislé stejně rozdělené náhodné veličiny. Ljapunovova, Fellerova-Lindebergova centrální limitní věta. Sluckého věta.

Markovovy řetězce

Markovovy řetězce s diskrétním časem. Matice pravděpodobností přechodu, limitní pravděpodobnosti, stacionární rozdělení. Markovovy procesy s diskrétními stavy, intenzity přechodu. Kolmogorovovy diferenciální rovnice. Poissonův proces. Pólyův proces.

Stacionární procesy

Stacionární procesy, striktní a slabá stacionarita, kovarianční funkce, spektrální hustota, periodogram, jejich vlastnosti a vzájemné vztahy. Procesy AR, MA, ARMA, lineární proces a jejich analýza. Predikce konečných a nekonečných posloupností. Ergodická věta a její aplikace.

Časové řady

Dekompoziční metody: trend, sezónnost a periodicita, testy náhodnosti. Boxova-Jenkinsova metodologie: modely typu ARMA, identifikace, odhad, verifikace a předpověď. Modely ARIMA a sezónní modely. Finanční časové řady: modely volatility (GARCH), modely nelineární ve střední hodnotě. Vícerozměrné časové řady: vektorová autoregrese, Kalmanův filtr.

Teorie kredibility

Bühlmannův model. Přesná kredibilita. (Jedná se o Bühlmannův model s podmíněně nezávislými a stejně rozdělenými výšemi škod.)

Model kolektivního rizika

Popis modelu. Pravděpodobnost ruinování, Lundbergova nerovnost, Cramérův vztah. Adjustační koeficient.

Základy stochastické analýzy

Stochastický integrál, Itoova formule, základní vlastnosti martingalů. Wienerův proces. Geometrický Brownův pohyb.

2. Životní a neživotní pojištění

Demografický model životního pojištění

Zbývající doba života. Intenzita úmrtnosti. Aplikace úmrtnostních tabulek a komutačních čísel. Leeův-Carterův model pro modelování a projekci úmrtnosti.

Kapitálové a důchodové pojištění

Kapitálové pojištění pro případ smrti, dožití a smíšené, s proměnnou pojistnou částkou, s okamžitou výplatou pojistné částky. Důchodové pojištění s konstantními a proměnnými splátkami, področní. Běžné a jednorázové nettopojistné a bruttopojistné.

Rezervy pojistného životních pojištění

Nettorezerva a bruttorezerva standardních typů životního pojištění, zillmerování. Rozklad ztráty do jednotlivých let. Technický zisk.

Modely pojištění osob s více dekrementy

Demografický model pro pojištění osob s více dekrementy. Obecné kapitálové pojištění s více dekrementy.

Pojištění více životů

Demografický model pro více životů. Stav sdružených životů. Stav posledního přežívajícího. Vdovský důchod a sirotčí renta. Rozšířená definice komutačních čísel.

Solventnost pojišťovny, zajištění

Solventnost pojišťovny. Základní formy zajištění. Stanovení zajistného.

Technické rezervy neživotního pojištění

Základní právní předpisy. Přehled rezerv. Rezervy na pojistná plnění. Vývojové trojúhelníky. Macků model. Metoda chain-ladder a její varianty. Bornhuetter-Fergusonova metoda. Separační metody. Použití zobecněného lineárního modelu pro stanovení rezerv.

Tarifování

Bühlmann-Straubův model. Systémy bonus-malus a jejich modelování pomocí markovských řetězců. Statistické metody pro výběr tarifních proměnných. Statistické metody pro tvorbu tarifních tříd. Stanovení sazeb v tarifní struktuře. Použití zobecněného lineárního modelu pro stanovení sazeb.

3. Finance a účetnictví

Základy financí

Základní pojmy. Časová hodnota peněz. Úrokování jednoduché, složené a spojité, hodnotící úroková míra (cena kapitálu). Dekompozice úrokové míry. Hodnocení peněžních toků, jejich číselné charakteristiky (durace, konvexita, vnitřní míry výnosnosti, index ziskovosti, perioda návratnosti, vnitřní hodnota peněžního toku). Základy teorie imunizace. Porovnávání investičních projektů. Vliv inflace.

Cenné papíry a jejich oceňování

Akcie. Dluhopisy kupónové, s nulovým kupónem a svolatelné. Čistá a hrubá cena dluhopisu, výnos do splatnosti, běžný výnos, alikvotní úrok. Výnosová křivka okamžitá a forwardová a její odhad. Finanční deriváty, forwardy, termínové kontrakty, opce, swapy, PUT-CALL parita. Samofinancující a replikační portfolio. Rizikově neutrální míra a rizikově neutrální prostředí, arbitráž. Blackův-Scholesův model, implikovaná volatilita. Zajištění (hedging). Stochastické modely úrokových měr (Hoův-Leeův a Vasicekův model).

Finanční riziko

Směrodatná odchylka. Hodnota v riziku (VaR), podmíněná hodnota v riziku (CVaR), spektrální míry, expektily. Kreditní riziko. Rating.

Metody analýzy akciového trhu

Markowitzova teorie portfolia. Výnos, očekávaný výnos a riziko portfolia. Konstrukce portfolia s minimálním rizikem při daném očekávaném výnosu, při povolených i zakázaných prodejích nakrátko a při neexistenci i existenci bezrizikového aktiva. Sharpeova míra portfolia. Model utváření ceny kapitálových aktiv (CAPM). Přímka trhu cenných papírů (SML). Přímka kapitálového trhu (CML). Arbitrážní cenový model (APT).

Účetnictví

Pojistná smlouva z hlediska účetnictví, koncepce odkládání a umořování, oceňování aktiv a závazků. Základní způsoby oceňování podle Mezinárodních standardů účetního výkaznictví. Standard IFRS4 pro pojistné smlouvy, testování postačitelnosti rezerv. Účetní závěrka a interpretace účetních výkazů. Postupy účtování podle českých účetních standardů.