

Konvergence řad 2

řady s nezápornými členy

4. cvičení

Matematická analýza 2, NMMA102, Ondřej Bouchala

Teorie:

VĚTA 1 (Limitní srovnávací kritérium)

Nechť $\{a_n\}$ je posloupnost s nezápornými členy, $\{b_n\}$ posloupnost s kladnými členy. Nechť $\lim \frac{a_n}{b_n} = K$. Potom

(i) $K \in (0, \infty)$, pak $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje $\Leftrightarrow \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ konverguje.

(ii) $K = 0$, pak $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje $\Leftarrow \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ konverguje.

(iii) $K = \infty$, pak $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ konverguje.

Příklady:

Určete, zda následující řady konvergují:

21. $\sum_{n=1}^{\infty} n^3 \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right)$

26. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 1} \cos \frac{1}{n}$

22. $\sum_{n=1}^{\infty} \log \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)$

27. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}}\right)}{\sqrt[3]{n^2 + 1} - \sqrt[3]{n^2}}$

23. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctan n}{n}$

28. $\sum_{n=1}^{\infty} \arctan \frac{2n}{1 + n^2}$

24. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{n} \log \frac{n+1}{n}$

29. $\sum_{n=1}^{\infty} \arctan \frac{2nx}{x^2 + n^2}, x \in \mathbb{R}$

25. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(n^{(n^2+1)^{-1}} - 1\right)$

30. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \arccos \frac{1}{n}$