

# Taylorovy polynomy 2

## Limity

### 2. cvičení

Matematická analýza 2, NMMA102, Ondřej Bouchala

## Teorie:

### DEFINICE 1

Nechť je  $f$  funkce,  $a \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  a nechť má funkce  $f$  v bodě  $a$  vlastní  $n$ -tou derivaci. Pak polynom

$$T_n^{f,a}(x) = f(a) + f'(a)(x - a) + \frac{1}{2!}f''(a)(x - a)^2 + \cdots + \frac{1}{n!}f^n(a)(x - a)^n$$

nazýváme **Taylorovým polynomem** funkce  $f$  v bodě  $a$  řádu  $n$ .

Použijeme-li úmluvu  $(x - a)^0 = 1$ ,  $f^{(0)} = f$ , pak  $T_n^{f,a}(x) = \sum_{j=0}^n \frac{1}{j!}f^{(j)}(a)(x - a)^j$ .

## Příklady:

Spočítejte limity pomocí Taylorových polynomů:

7.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - e^{-\frac{x^2}{2}}}{x^4}$

8.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \sin x - x(1 + x)}{x^3}$

9.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$

10.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left( \frac{1}{x} - \frac{\cos x}{\sin x} \right)$

11.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x + a^{-x} - 2}{x^2} \quad (a > 0)$

12.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( x - x^2 \log \left( 1 + \frac{1}{x} \right) \right)$

13.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt[6]{x^6 + x^5} - \sqrt[6]{x^6 - x^5} \right)$

14.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{3/2} \left( \sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} - 2\sqrt{x} \right)$

15.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \left( x^3 - x^2 + \frac{x}{2} \right) e^{1/x} - \sqrt{x^6 + 1} \right)$

# Taylorovy polynomy 2

## Limity

### 2. cvičení

Matematická analýza 2, NMMA102, Ondřej Bouchala

### Výsledky:

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - e^{-\frac{x^2}{2}}}{x^4} = -\frac{1}{12}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \sin x - x(1+x)}{x^3} = \frac{1}{3}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right) = 0$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left( \frac{1}{x} - \frac{\cos x}{\sin x} \right) = \frac{1}{3}$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x + a^{-x} - 2}{x^2} = \log^2(a) \quad (a > 0)$$

$$12. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( x - x^2 \log \left( 1 + \frac{1}{x} \right) \right) = \frac{1}{2}$$

$$13. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt[6]{x^6 + x^5} - \sqrt[6]{x^6 - x^5} \right) = \frac{1}{3}$$

$$14. \lim_{x \rightarrow \infty} x^{3/2} \left( \sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} - 2\sqrt{x} \right) = -\frac{1}{4}$$

$$15. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \left( x^3 - x^2 + \frac{x}{2} \right) e^{1/x} - \sqrt{x^6 + 1} \right) = \frac{1}{6}$$