

DĚJINY MATEMATIKY – tematické okruhy ke zkoušce

ZIMNÍ SEMESTR

- **Pythagorejská matematika:**

Pýthagorova věta. Formulace. Školský důkaz, Eukleidův důkaz.

Pýthagorejské trojice. Definice, popis všech pýthagorejských trojic.

Pýthagorejská teorie hudby. Matematické vyjádření oktávy, kvinty, kvarty a sekundy.

Figurální čísla, jejich geometrické znázornění, vzorec pro k -té n -úhelníkové číslo.

Dokonalá čísla, Eukleidova věta popisující sudá dokonalá čísla, její důkaz.

Výpočet prvních pěti dokonalých čísel.

- **Souměřitelnost a nesouměřitelnost:**

Definice souměřitelných a nesouměřitelných úseček.

Důkaz iracionality čísla $\sqrt{2}$.

Důkaz nesouměřitelnosti strany a úhlopříčky čtverce.

Důkaz nesouměřitelnosti strany a úhlopříčky pravidelného pětiúhelníka.

Geometrická konstrukce $\sqrt{2}$.

Konstrukce pravidelného pětiúhelníku.

- **Řecká geometrická algebra:**

Základní myšlenka řecké geometrické algebry. Zákon homogenity.

Konstrukce pravítkem a kružítkem. Eukleidovy postuláty.

Přikládání ploch.

Řešení úloh, které dnes vyjadřujeme rovnicemi $ax = b^2$, $ax - x^2 = b^2$, $ax + x^2 = b^2$.

- **Zlatý řez:**

Definice, znázornění obrázkem, vyjádření rovnicí, výpočet zlatého čísla.

Kde se zlatý řez objevuje?

Konstrukce zlatého řezu (popis konstrukce, konstrukce a zdůvodnění její správnosti).

- **Zénónovy aporie:**

Význam slova aporie, smysl Zénónových aporií.

Matematická podstata aporií. Řecké pojetí nekonečna.

Dichotomie. Formulace, objasnění.

Achillea a želva. Formulace, objasnění.

- **Eudoxova teorie proporcí:**

Základní definice této teorie: poměr, rovnost poměrů, nerovnost mezi poměry.

Souvislost s moderní teorií reálných čísel.

Srovnání Eudoxovy teorie a moderní teorie 19. století – zásadní shody a rozdíly.

- **Klasické úlohy řecké matematiky:**

Formulace těchto úloh, požadovaná metoda jejich řešení.

Důkazy obecné neřešitelnosti klasických úloh řecké matematiky.

- **Kvadratrix:**

Kinematická definice křivky. Její analytické vyjádření.

Vlastnost koncového bodu křivky (odvození).

Využití křivky k dělení úhlu na n stejných částí.

- **Metoda vkládání:**

Matematické vyjádření úlohy vložení dvou veličin mezi dvě dané veličiny.

Metoda Archyta z Tarentu – stereometrická konstrukce.

Metoda Menaechmova.

Platonovy příložníky.

- **Mnohostěny:**

Definice pravidelného mnohostěnu.

Stručný popis všech pravidelných mnohostěnů. Počty vrcholů, hran, stěn. Náčrt.

Dualita pravidelných mnohostěnů.

Proč jich není více?

Mnohostěny a řecká teorie „živlů“.

Vznik polopravidelných mnohostěnů. Alespoň tři příklady.

- **Eukleidovy Základy:**

Stručná charakteristika obsahu Eukleidových Základů.

Podstata Eukleidova výkladu matematiky.

Pátý postulát (znění, grafické znázornění, význam).

Eukleidovy věty, Thaletova věta (znění, grafické znázornění, důkaz).

Eukleidův důkaz nekonečného počtu prvočísel.

- **Archimédovy matematické výsledky:**

Definice čísla π .

Archimédův výsledek týkající se vztahu obvodu a obsahu kruhu a jeho znázornění.

Archimédův výpočet čísla π (v moderním pojetí).

Kinematická definice spirály, analytické vyjádření.

Idea Eudoxovy exhaustivní metody.

Její využití pro kvadraturu jednoho závitů Archimédovy spirály.

Archimédova metoda výpočtu objemu koule.

Jak odvodit vzorec pro povrch koule pomocí Archimédových myšlenek.

Výpočet objemu koule pomocí Cavalieriho principu (srovnání s postupem Archiméda).

- **Různé:**

Hippokratovy měsíčky. Formulace tvrzení, důkaz.

Trisekce úhlu pomocí kružítka a pravítka se dvěma vyznačenými body.

Eratosthenovo měření Země.

Apollóniový úlohy. Podstata úloh, popis a řešení alespoň tří úloh.

Apollóniův přístup ke kuželosečkám.

LETNÍ SEMESTR

- **Sedm svobodných umění:**

Trivium a kvadrivium. Základní charakteristika sedmi svobodných umění. Proměny jejich obsahu a významu v kontextu rozvoje středověké Evropy.

Vzdělanost, vzdělávání a typy škol. Postavení a využití matematiky v raném středověku.

Nejvýznamnější učenci raného středověku, jejich dílo a přínos k sedmi svobodným uměním (s důrazem zejména na kvadrivium).

- **Alcuin z Yorku:**

Stručně o životě a díle.

Diofantické rovnice a jejich matematická podstata. Alcuinovy „ptačí úlohy“ a Alcuinův přístup k počtu a typu řešení.

Převoznické úlohy a jejich matematická podstata. Alcuinovy úlohy a jeho řešení.

Alcuinovy úlohy z geometrie. Základní charakteristika úloh, výpočet čtverce, obdélníku, obecného čtyřúhelníku a obsahu kruhu.

- **Gerbert:**

Stručně o životě a díle.

Počítání na abaku. Čím se Gerbertův abakus lišil od dřívějších?

Vypočítejte výšku pevnosti P , znáte-li úhly, pod nimiž se výška pevnosti jeví z míst A a B , která leží na přímce jdoucí k pevnosti P a jsou od sebe vzdálena d .

- **Leonardo Pisánský:**

Stručně o životě a díle.

Vyložte princip metody chybného předpokladu a metody dvou chybných předpokladů.

Najděte racionální čísla x, y, z , aby čísla

$$\begin{aligned}x + y + z + x^2, \\x + y + z + x^2 + y^2, \\x + y + z + x^2 + y^2 + z^2\end{aligned}$$

byla čtvercová (racionální) čísla.

Fibonacciho posloupnost.

Nula a záporná čísla u Leonarda Pisánského.

Najděte racionální čtvercové číslo, které zvětšeno i zmenšeno o 5 dá racionální čtvercová čísla.

- **Nicole Oresme:**

Stručně o životě a díle.

Myšlenka racionálních exponentů.

Oresmeovy úvahy o funkční závislosti a jejím grafickém znázornění.

Oresmeovo matematické pojetí pohybu.

Nekonečné řady, harmonická řada.

- **Liny:**

Znázorněte dané číslo na linách, toto vyjádření vysvětlete.

Vypočítejte na linách rozdíl dvou daných čísel.

Vynásobte na linách dvě daná čísla.

- **Počební algoritmy:**

Zápis čísel ve středověku (vývoj zápisu, základní typy zápisu). Souvislost změn zápisu a proměn počebních algoritmů.

Pomocí alespoň dvou středověkých algoritmů vynásobte dvě daná čísla. Vyložte matematickou podstatu užitých algoritmů. Popište výhody a nevýhody zvolených algoritmů a porovnejte je se současnými algoritmy.

Vypočítejte druhou odmocninu daného přirozeného čísla. Vyložte podstatu tohoto algoritmu. Naznačte postup pro případ \sqrt{A} , kdy $A \neq n^2$ (první aproximace).

Vypočítejte třetí odmocninu daného přirozeného čísla. Vyložte podstatu tohoto algoritmu. Naznačte postup pro případ $\sqrt[3]{A}$, kdy je $A \neq n^3$ (první aproximace).

Metodou násobení „v křížku“ („ve skřínce“) vynásobte daná čísla. Vysvětlete podstatu této metody. Proveďte devítkovou zkoušku, vysvětlete její matematickou podstatu.

Pomocí středověkého algoritmu vydělte daná čísla. Popište výhody a nevýhody tohoto algoritmu, porovnejte jej se současným.

Pomocí metody chybného předpokladu, resp. dvou chybných předpokladů vypočítejte řešení zadané slovní úlohy.

Popište trojčlenku a metodu řetězového počtu. Vysvětlete jejich matematickou podstatu.

- **Středověké univerzity:**

Předchůdci univerzit, nezbytné podmínky pro založení a rozvoj univerzit, období vzniku prvních univerzit a první oblasti jejich vzniku.

Základní typy středověkých univerzit: stručná a výstižná charakteristika jejich typů, oblast jejich rozšíření, nejdůležitější univerzity reprezentující tyto typy.

Struktura úplné středověké univerzity, postavení fakult.

Základní vyučovací předměty, stručná charakteristika obsahu výuky, základní učební texty (s důrazem na výuku matematiky).

Struktura výuky, základní typy výuky, funkce výročního quodlibetu. Bakalářské a mistrovské zkoušky.