

Základy aritmetiky a algebry II

1. **Algebraické struktury s jednou a dvěma operacemi.** Grupy, podgrupy, cyklické grupy. Rozklad na levé a pravé třídy, Lagrangeova věta, normální podgrupa, faktorová grupa. Věta o homomorfismu pro grupy. Okruh, podokruh, ideál, faktorový okruh, věta o homomorfismu pro okruhy. Obory integrity, tělesa, pole. Podílové těleso. Rozšíření těles.
2. **Dělitelnost v oborech integrity.** Teoretická nadstavba dělitelnosti v oboru integrity celých čísel.
3. **Iracionalita.** Odmocňování v oboru racionálních čísel. Geometrické aspekty iracionality, nesouměřitelnost úseček. Iracionalita odmocnin přirozených čísel, která nejsou čtverci.
4. **Reálná čísla.** Základní myšlenky několika způsobů exaktního vybudování oboru reálných čísel (Dedekindovy řezy, Cauchyovské posloupnosti, desetinné rozvoje). Řetězové zlomky, konvergenty, aproximace reálných čísel posloupnostmi racionálních čísel. Uspořádání reálných čísel, uspořádané těleso (pole). Číselná osa. Algebraická a transcendentní čísla. Mohutnost množiny algebraických čísel.
5. **Komplexní čísla.** Algebraický a goniometrický tvar. Konstrukce tělesa komplexních čísel. Geometrické aspekty operací s komplexními čísly. Důkazy některých goniometrických vzorců. Těleso komplexních čísel je algebraicky uzavřené, nelze je však uspořádat.
6. **Další číselné obory.** Kvaterniony, oktávy, duální a dvojná čísla. Aritmetizace bodů roviny, neúspěšné snahy o aritmetizaci bodů prostoru.
7. **Aritmetický, geometrický a harmonický průměr.** Nerovnosti mezi nimi, jejich geometrické znázornění.
8. **Lineární rovnice a nerovnice.** Metody jejich řešení. Lineární funkce. Geometrický význam lineárních rovnic a nerovnic.
9. **Kvadratické rovnice a nerovnice.** Viètevy vzorce. Metody jejich řešení. Kvadratická funkce. Geometrické znázornění.
10. **Kubické rovnice.** Viètevy vzorce. Cardanovy vzorce, casus irreducibilis.
11. **Algebraické rovnice.** Viètevy vzorce. Základní věta algebry. Řešení algebraických rovnic v radikálech. Řešitelnost algebraických rovnic. Stručná informace o Galoisově teorii. Speciální typy algebraických rovnic.
12. **Diofantické rovnice a jejich soustavy.** Řešení rovnic v jiných číselných oborech. Diofantická rovnice typu $ax + by = \pm 1$.
13. **Aritmetické a geometrické posloupnosti.** Vzorce pro součet prvních n členů, jejich zdůvodnění. Geometrická znázornění. Konvergentní a divergentní řady. Geometrická řada, harmonická řada.