

VARIANTA 1

1. Najděte všechna řešení rovnice

$$|x - 3| - |x + 1| = 4.$$

2. Součet prvního, třetího a pátého členu aritmetické posloupnosti je -48 . Které číslo je třetím členem této posloupnosti?

3. Vypočtěte délku strany čtverce, který má stejný obsah jako rovnostranný trojúhelník se stranou délky a .

4. Vypočtěte všechny čtvrté odmocniny čísla

$$-3\sqrt{3} + 3i.$$

5. Přímky p, q jsou dané parametricky:

$$p : [1, 2, 3] + t(0, -1, -2), \quad q : [0, 1, -1] + t(m, 1, 1).$$

Vypočtěte, při kterých hodnotách parametru m jsou různoběžné:

6. Vypočtěte poloměr a souřadnice středu kružnice, která je dána rovnicí

$$2x^2 - 12x + 20y + 2y^2 = 0.$$

VARIANTA 2

1. Zjednodušte výraz

$$\left(\frac{a^{-2/3}}{b^{-1}} - \frac{b^{-1}}{a^{-2/3}} \right) : \left(\frac{a^{-1/3}}{b^{-1/2}} - \frac{b^{-1/2}}{a^{-1/3}} \right).$$

2. Najděte kvadratickou funkci f , pro niž

$$f(1) = -2, \quad f(2) = 4, \quad f(3) = 4.$$

3. Načrtněte graf funkce

$$f(x) : y = x^2 - 2|x| - 8.$$

4. Je dáno komplexní číslo $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$. Nalezněte alespoň jedno komplexní číslo z tak, aby $z \cdot z_1$ bylo reálné číslo.

5. V intervalu $\langle \pi, 2\pi \rangle$ řešte rovnici

$$4 \sin^3 x + 4 \sin^2 x - 3 \sin x = 3.$$

6. Pro které reálné číslo k je přímka $x = ky + 3$ tečnou elipsy dané rovnicí $4x^2 + y^2 - 4 = 0$.

VARIANTA 3

1. Pro jaké $m \in \mathbb{R}$ je jeden kořen kvadratické rovnice

$$x^2 + mx + 5 = 0$$

o 4 větší než druhý kořen této rovnice.

2. Dokažte, že čísla $\sqrt{5} - \sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5} + \sqrt{2}$ jsou prvními třemi členy určité geometrické posloupnosti.

3. Řešte rovnici

$$2 \log_{10}(10x - 10) - 2 = \frac{1}{2}(\log_{10} x^5 - \log_{10} x).$$

4. Najděte všechna komplexní čísla, pro která je

$$z^3 = \frac{3 + i}{1 - 3i}$$

a vyjádřete je v goniometrickém tvaru.

5. Vypočtete obsah trojúhelníka ABC , jestliže $A[0, -10]$, $B[7.5, 0]$ a vrchol C leží na přímce dané rovnicí $4x - 3y = 0$.

6. Nalezněte definiční obor funkce

$$f(x) = \sqrt{\frac{(x+1)(x+2)}{(x+3)(x+4)}}.$$

VARIANTA 4

1. Vypočtete všechna reálná řešení nerovnice

$$\frac{3}{|2x + 4|} \leq \frac{6}{7}.$$

2. Načrtněte graf funkce $y = 2x^2 - 3x + 1$.

3. Najděte výšku rotačního kužele s podstavou o poloměru r , jehož obsah pláště je dvojnásobkem obsahu podstavy.

4. Jsou dány přímky

$$p : [2, 12, 1] + t(1, -1, 3), \quad t \in \mathbb{R} \quad q : [4, 9, 5] + s(1, -2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

Určete jejich vzájemnou polohu a vypočtete jejich odchylku.

5. Najděte všechna reálná řešení rovnice

$$\sqrt{x - 2} + 2 = \sqrt{x + 6}.$$

6. Najděte všechna celočíselná řešení rovnice

$$4^{2y+1} - 5 \cdot 4^y + 4^0 = 0.$$

VARIANTA 5

1. Nalezněte komplexní řešení rovnice

$$z^2 + 8 + 6i = 0.$$

2. Kolik existuje obarvení 10 kuliček čtyřmi barvami, které se liší počtem kuliček alespoň jedné z barev?

3. Dokažte, že pro žádné přirozené číslo n není číslo $5n^2 + 1$ úplným čtvercem.

4. Jsou dány body $A[1, -5, 2]$ a $B[4, 2, 6]$ a rovina $5x - 2y + 3z + 7 = 0$. Vypočtěte průsečík přímky AB s danou rovinou a úhel, který svírají.

5. Vypočtěte všechna reálná řešení rovnice

$$\sin^2 x + 3 \cos x + 3 = 0.$$

6. Načrtněte graf funkce

$$y = \log_{\frac{1}{2}}(2x + 1).$$