

## VARIANTA 1

1. Najděte všechna řešení rovnice

$$|x - 3| - |x + 1| = 4.$$

2. Součet prvního, třetího a pátého členu aritmetické posloupnosti je  $-48$ . Které číslo je třetím členem této posloupnosti?

3. Vypočtete délku strany čtverce, který má stejný obsah jako rovnostranný trojúhelník se stranou délky  $a$ .

4. Vypočtete všechny čtvrté odmocniny čísla

$$-3\sqrt{3} + 3i.$$

5. Přímky  $p, q$  jsou dané parametricky:

$$p : [1, 2, 3] + t(0, -1, -2), \quad q : [0, 1, -1] + t(m, 1, 1).$$

Vypočtete, při kterých hodnotách parametru  $m$  jsou různoběžné:

6. Vypočtete poloměr a souřadnice středu kružnice, která je dána rovnicí

$$2x^2 - 12x + 20y + 2y^2 = 0.$$

## VARIANTA 2

1. Zjednodušte výraz

$$\left( \frac{a^{-2/3}}{b^{-1}} - \frac{b^{-1}}{a^{-2/3}} \right) : \left( \frac{a^{-1/3}}{b^{-1/2}} - \frac{b^{-1/2}}{a^{-1/3}} \right).$$

2. Najděte kvadratickou funkci  $f$ , pro niž

$$f(1) = -2, \quad f(2) = 4, \quad f(3) = 4.$$

3. Načrtněte graf funkce

$$f(x) : y = x^2 - 2|x| - 8.$$

4. Je dáno komplexní číslo  $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ . Nalezněte alespoň jedno komplexní číslo  $z$  tak, aby  $z \cdot z_1$  bylo reálné číslo.

5. V intervalu  $\langle \pi, 2\pi \rangle$  řešte rovnici

$$4 \sin^3 x + 4 \sin^2 x - 3 \sin x = 3.$$

6. Pro které reálné číslo  $k$  je přímka  $x = ky + 3$  tečnou elipsy dané rovnicí  $4x^2 + y^2 - 4 = 0$ .

### VARIANTA 3

1. Pro jaké  $m \in \mathbb{R}$  je jeden kořen kvadratické rovnice

$$x^2 + mx + 5 = 0$$

o 4 větší než druhý kořen této rovnice.

2. Dokažte, že čísla  $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{5} + \sqrt{2}$  jsou prvními třemi členy určité geometrické posloupnosti.

3. Řešte rovnici

$$2 \log_{10}(10x - 10) - 2 = \frac{1}{2}(\log_{10} x^5 - \log_{10} x).$$

4. Najděte všechna komplexní čísla, pro která je

$$z^3 = \frac{3 + i}{1 - 3i}$$

a vyjádřete je v goniometrickém tvaru.

5. Vypočtete obsah trojúhelníka  $ABC$ , jestliže  $A[0, -10]$ ,  $B[7.5, 0]$  a vrchol  $C$  leží na přímce dané rovnicí  $4x - 3y = 0$ .

6. Nalezněte definiční obor funkce

$$f(x) = \sqrt{\frac{(x+1)(x+2)}{(x+3)(x+4)}}.$$

## VARIANTA 4

1. Vypočtete všechna reálná řešení nerovnice

$$\frac{3}{|2x + 4|} \leq \frac{6}{7}.$$

2. Načrtněte graf funkce  $y = 2x^2 - 3x + 1$ .

3. Najděte výšku rotačního kužele s podstavou o poloměru  $r$ , jehož obsah pláště je dvojnásobkem obsahu podstavy.

4. Jsou dány přímky

$$p : [2, 12, 1] + t(1, -1, 3), \quad t \in \mathbb{R} \quad q : [4, 9, 5] + s(1, -2, 1), \quad s \in \mathbb{R}.$$

Určete jejich vzájemnou polohu a vypočtete jejich odchylku.

5. Najděte všechna reálná řešení rovnice

$$\sqrt{x - 2} + 2 = \sqrt{x + 6}.$$

6. Najděte všechna celočíselná řešení rovnice

$$4^{2y+1} - 5 \cdot 4^y + 4^0 = 0.$$

## VARIANTA 5

1. Nalezněte komplexní řešení rovnice

$$z^2 + 8 + 6i = 0.$$

2. Kolik existuje obarvení 10 kuliček čtyřmi barvami, které se liší počtem kuliček alespoň jedné z barev?

3. Dokažte, že pro žádné přirozené číslo  $n$  není číslo  $5n^2 + 1$  úplným čtvercem.

4. Jsou dány body  $A[1, -5, 2]$  a  $B[4, 2, 6]$  a rovina  $5x - 2y + 3z + 7 = 0$ . Vypočtěte průsečík přímky  $AB$  s danou rovinou a úhel, který svírají.

5. Vypočtěte všechna reálná řešení rovnice

$$\sin^2 x + 3 \cos x + 3 = 0.$$

6. Načrtněte graf funkce

$$y = \log_{\frac{1}{2}}(2x + 1).$$