VARIANTA 1

1. Vypočtěte souřadnice středu a poloměr kružnice, která je dána rovnicí

$$x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0.$$

2. Napište rovnici tečny elipsy dané rovnicí $49x^2 + 100y^2 - 294x + 400y - 4059 = 0$ v jejím bodě $T[9; ?]$.

3. Vyšetřete vzájemnou polohu přímek p a q. Jsou-li různoběžné, vypočtěte souřadnice jejich průsečíku.

$$p = \{[-6 + t; 7 - t; 2t], t \in \mathbb{R}\}, \quad q = \{[-5 - k; 3 - 2k; 5 + k], k \in \mathbb{R}\}$$

4. Rozhodněte, zda body $A[1; 1; 1], B[5; 1; -3], C[2; 0; 2]$ určují rovinu. V případě, že rovinu určují, napište její obecnou rovnici a vypočítejte souřadnice jejích průsečíků s osami souřadnic.

5. Vypočítejte vzdálenost mezi městy Praha ($\varphi = 50,0878°$, $\lambda = 14,4205°$) a Moskva ($\varphi = 55,7558°$, $\lambda = 37,6176°$). Zemi považujte za kouli o poloměru 6 378 km.

6. Usměrněte zlomek

$$\frac{\sqrt{10} + 5}{\sqrt{10} - 5}.$$

7. Upravte výraz

$$\frac{27x^3 - y^3}{(y + 3x)^6(9x^2 + 3xy + y^2)}.$$

8. Určete definiční obor funkce

$$f : y = \log(x^2 - 4).$$

9. Určete definiční obor funkce $f : y = 2^{x-1} - 4$, její obor hodnot, načrtněte její graf, vypočítejte jeho průsečíky s osami. Do obrázku načrtněte rovněž graf funkce f^{-1}.

10. Načrtněte graf funkce

$$f : y = \sin x + \pi.$$

11. Vypočítejte velikost nejmenšího úhlu v trojúhelníku ABC, znáte-li jeho délky stran: $a = 7$ cm, $b = 8$ cm, $c = 9$ cm.

VARIANTA 2

1. Určete typ kuželosečky dané rovnicí $x^2 - 4y^2 + 6x + 5 = 0$, zjistěte souřadnice jejího středu a velikosti poloos.

2. Napište rovnici tečen hyperboly dané rovnicí $x^2 - 9y^2 = 9$, které jsou vedeny z bodu $Q[-3; 0]$.

3. Určete hodnotu parametru $m \in \mathbb{R}$ tak, aby přímky p a q byly různoběžné. Potom vypočítejte souřadnice jejich průsečíku.

$$p = \{[2 + k; 3 - 2k; 4], k \in \mathbb{R}\}, \qquad q = \{[1 - 4t; m + t; 1 - 3t], \in \mathbb{R}\}.$$

4. Rozhodněte, zda body $A[1; -3; -1], B[2; 2; 0], C[-4; 5; 5]$ určují rovinu. V kladném případě napište její obecnou rovnici a vypočítejte souřadnice průsečíků této roviny s osami souřadnic.

5. Vypočítejte vzdálenost mezi městy Praha ($\varphi = 50,0878°$, $\lambda = 14,4205°$) a Paříž ($\varphi = 48,8567°$, $\lambda = 2,3510°$). Zemi považujte za kouli o poloměru 6 378 km.

6. Usměrněte zlomek

$$\frac{\sqrt{7} + 13}{\sqrt{7} - 13}.$$

7. Upravte výraz

$$\frac{x^3 - 8y^3}{(x - 2y)^7}.$$

8. Stanovte definiční obor funkce

$$f : y = \frac{1}{\log x - 1}.$$

9. Určete definiční obor funkce $f : y = 0,5^{x+2} - 1$, najděte její obor hodnot, načrtněte její graf a vypočítejte jeho průsečíky s osami. Do obrázku načrtněte rovněž graf funkce f^{-1}.

10. Načrtněte graf funkce

$$f : y = \sin(2\pi + x).$$

11. V trojúhelníku ABC znáte poměr stran $a : b : c = 2 : 3 : 4$. Vypočítejte velikosti úhlů tohoto trojúhelníka.

VARIANTA 3

1. Najděte rovnici kružnice opsané trojúhelníku ABC, je-li $A[2;1]$, $B[1;4]$, $C[6;9]$.

2. Která tečna elipsy dané rovnicí $x^2 + 4y^2 = 16$ je rovnoběžná s přímkou $x = \frac{16}{13} + 3t$, $y = -\frac{24}{13} + 2t$?

3. Vyšetřete vzájemnou polohu přímek p a q. Jsou-li různoběžné, vypočtěte souřadnice jejich průsečíku.

$$p = \{[1+t; 2-2t; t], t \in \mathbb{R}\}, \qquad q = \{[4-2k; 1+4k; 3-2k], k \in \mathbb{R}\}.$$

4. Rozhodněte, zda body $A[1;2;-3], B[0;1;2], C[2;3;-8]$ určují rovinu. V kladném případě napište její obecnou rovnici a vypočítejte souřadnice jejích průsečíků s osami souřadnic.

5. Vypočítejte vzdálenost mezi městy Paříž ($\varphi = 48,8567°$, $\lambda = 2,3510°$) a Nové Díllí ($\varphi = 28,6353°$, $\lambda = 77,2250°$). Zemi považujte za kouli o poloměru 6 378 km.

6. Usměrněte zlomek

$$\frac{\sqrt{9} - 11}{\sqrt{9} + 11}.$$

7. Upravte výraz

$$\frac{27x^3 + y^3}{(y+3x)^9}.$$

8. Najděte definiční obor funkce

$$f : y = \frac{1}{\log x + 7} - 1.$$

9. Určete definiční obor funkce $f : y = \log_2 x + 1$, najděte její obor hodnot, načtněte její graf, vypočítejte jeho průsečíky s osami. Do obrázku rovněž načrtněte graf funkce f^{-1}.

10. Načrtněte graf funkce

$$f : y = \sin(2\pi x).$$

11. V trojúhelníku ABC znáte velikosti úhlů $\alpha = 45°$ $\beta = 60°$. Vypočítejte, v jakém poměru jsou délky stran.

VARIANTA 4

1. Vypočítejte souřadnice středu a velikosti poloos elipsy, která je dána rovnicí

$$25x^2 + 9y^2 + 400x - 36y + 1411 = 0.$$

2. Napište rovnici tečny hyperboly dané rovnicí $9x^2 - 4y^2 = 36$ v jejím bodě $T[?; 4]$.

3. Vyšetřete vzájemnou polohu přímek p a q. Jsou-li různoběžné, vypočtěte souřadnice jejich průsečíku.

$$p = \{[2 - 3t; 1 + t; 4 - t], t \in \mathbb{R}\}, \qquad q = \{[-4 + 3k; 3 - k; 2 + k], k \in \mathbb{R}\}.$$

4. Rozhodněte, zda body $A[0; 0; 0], B[1; 2; -2], C[-3; -6; -5]$ určují rovinu. V případě, že rovinu určují, napište její obecnou rovnici a vypočítejte souřadnice průsečíků roviny s osami souřadnic.

5. Vypočítejte vzdálenost mezi městy Bratislava ($\varphi = 48,2116°$, $\lambda = 17,1547°$) a Jeruzalém ($\varphi = 31,7857°$, $\lambda = 35,2007°$). Zemi považujte za kouli o poloměru 6 378 km.

6. Usměrněte zlomek

$$\frac{\sqrt{14} - 12}{\sqrt{14} + 12}.$$

7. Upravte výraz

$$\frac{x^3 + 125y^3}{(x + 5y)^7(x^2 - 5xy + 25y^2)}.$$

8. Zjistěte definiční obor funkce

$$f : y = \log(|x + 1| - 7).$$

9. Určete definiční obor funkce $f : y = \log_2(x + 1)$, najděte její obor hodnot, načrtněte její graf a vypočítejte jeho průsečíky se souřadnicovými osami. Do obrázku rovněž načrtněte graf funkce f^{-1}.

10. Načrtněte graf funkce

$$f : y = 3\cos 2x - \frac{\pi}{3}.$$

11. Vypočítejte velikosti úhlů v trojúhelníku ABC, znáte-li délky dvou jeho stran, $c = 10$ cm, $b = 14$ cm, a poměr velikostí dvou úhlů: $\beta : \gamma = 2 : 1$.

VARIANTA 5

1. Vypočtěte velikosti poloos a souřadnice středu hyperboly, která je dána rovnicí

$$x^2 - y^2 + 6x + 4y - 4 = 0.$$

2. Napište rovnice tečen elipsy o rovnici $5x^2 + 9y^2 = 45$ vedených z bodu $A[0; -3]$.

3. Vyšetřete vzájemnou polohu přímek p a q. Jsou-li různoběžné, vypočtěte souřadnice jejich průsečíku.

$$p = \{[2t; 3 - t; 4 - t], t \in \mathbb{R}\}, \quad q = \{[2 - 2k; -1 + k; 6 + 2k], k \in \mathbb{R}\}$$

4. Rozhodněte, zda body $A[3; 2; 1], B[1; 2; 3], C[-3; 2; 7]$ určují rovinu. V kladném případě napište její obecnou rovnici a vypočítejte souřadnice průsečíků této roviny s osami souřadnic.

5. Vypočítejte vzdálenost mezi městy Moskva ($\varphi = 55,7558°$, $\lambda = 37,6176°$) a Jeruzalém ($\varphi = 31,7857°$, $\lambda = 35,2007°$). Zemi považujte za kouli o poloměru 6 378 km.

6. Usměrněte zlomek

$$\frac{\sqrt{7} + 7}{\sqrt{7} - 7}.$$

7. Upravte výraz

$$\frac{(8y^9 - x^3)}{(2y^3 - x)^3(4y^6 + 2y^3x + x^2)}.$$

8. Najděte definiční obor funkce

$$f : y = \log \frac{x}{2x - 1}.$$

9. Určete definiční obor funkce $f : y = \log_{0,5}(x + 1)$, najděte její obor hodnot, načrtněte její graf a vypočtěte jeho průsečíky s osami. Do obrázku rovněž načrtněte graf funkci f^{-1}.

10. Načrtněte graf funkce

$$f : y = 3\cos(2x - \frac{\pi}{3}).$$

11. V trojúhelníku ABC znáte $a = 4$ cm, $b = 5$ cm a $\alpha = 45°$. Vypočítejte délku strany c.