VARIANTA 1

1. V oboru reálných čísel řešte rovnici

$$\sqrt{x^2-3x+2}=2-x.$$

2. Načrtněte graf funkce

$$y=\log_{\frac{1}{2}}(x-2)\,.$$

3. Vypočtěte velikost (normu), argument a goniometrický tvar komplexního čísla

$$z=(1+\mathrm{i})^2(3-4\mathrm{i})\,.$$

4. V aritmetické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ je $a_1=-1$ a $d=2$. Vypočtěte členy a_8, a_{10} a součet prvních deseti členů.

5. Vyšetřete vzájemnou polohu přímek

$$p:\ 6x-8y+13=0,$$

$$q:\ x=1+4t,\quad y=2+3t,\quad t\in\mathbb{R}.$$

VARIANTA 2

1. V oboru reálných čísel řešte rovnici

$$\sin^2 x - \frac{3}{2}\sin x + \frac{1}{2} = 0.$$

2. Nalezněte definiční obor funkce

$$y = \sqrt{\frac{x+3}{(|x|-1)^2}}.$$

3. Komplexní číslo z, pro které je

$$z^3 = \frac{3+\mathrm{i}}{1-3\mathrm{i}},$$

vyjádřete v goniometrickém tvaru.

4. Mezi čísla 2 a 162 jsou vložena tři čísla tak, že spolu s danými čísly tvoří pět po sobě jdoucích členů geometrické posloupnosti. Určete třetí vložené číslo.

5. Napište rovnici přímky, která je kolmá k přímce $r:\ 7x - 2y + 14 = 0$ a prochází průsečíkem přímek

$$p:\ x = 6 + 3t, \quad y = 6 + 2t, \quad t \in \mathbb{R},$$

a

$$q:\ x = 7 + 4s, \quad y = 1 - 3s, \quad s \in \mathbb{R}.$$

VARIANTA 3

1. Pro které hodnoty parametru a má rovnice

$$x^2 + (2a + 4)x + a - 1 = 0$$

dva různé reálné kořeny.

2. Načrtněte graf funkce

$$y = |x + 1| - x + | - x - 2| + 5.$$

3. Zapište v algebraickém tvaru komplexní číslo z^{-1}, je-li

$$z = \frac{1 + 2\mathrm{i}}{7 + 4\mathrm{i}}.$$

4. Vypočtěte čtvrtý člen posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána rekurentní formulí

$$a_{n+1} = 2na_n - 1 \quad \textbf{a členem} \quad a_1 = 3.$$

5. Napište rovnici přímky, která prochází bodem $[9, 3, -4]$ a je kolmá k rovině dané rovnicí $x + 2y + 3z - 30 = 0$.

VARIANTA 4

1. Určete definiční obor funkce

$$\text{a)} \quad \sqrt{|\log|x||}\,,$$

$$\text{b)} \quad \operatorname{tg} \frac{x-1}{x^2+2x-3}\,.$$

2. Načrtněte graf funkce

$$y = 2\sin(3x+1) - 2.$$

3. Proveďte diskusi řešení kvadratické rovnice

$$x^2 + 2(a+1)x + 2(a+5) = 0$$

vzhledem k reálnému parametru a.

4. Rozhodněte, zda posloupnost $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, kde

$$a_n = \sqrt{\frac{n}{n+1}}\,,$$

je omezená (resp. zdola omezená, resp. shora omezená) a monotonní.

5. Vypočtěte vzdálenost bodu $A[0,2]$ od přímky BC, kde $B[9,5]$ a $C[1,-1]$.

VARIANTA 5

1. Rozhodněte, zda funkce

$$\text{a)} \quad |x+1|\,,$$

$$\text{b)} \quad \sin x \cdot \cos x$$

je sudá nebo lichá.

2. Pro které hodnoty parametru p má rovnice

$$25x^2 - 8px + p^2 - 2252 = 0$$

dvojnásobný kořen.

3. Vyjádřete komplexní číslo z^2 v algebraickém a goniometrickém tvaru, je-li

$$z = \frac{1+2\mathrm{i}}{7+4\mathrm{i}}.$$

4. Vypočtěte prvních pět členů posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, kde

$$\text{a)} \quad a_n = \frac{2n-3}{n+1}\,,$$

$$\text{b)} \quad a_n = (-1)^n + 1\,.$$

Rozhodněte, zda jsou posloupnosti omezené (resp. zdola omezené, resp. shora omezené) a monotonní.

5. Jsou dány body $A[-1,-3]$, $B[11,6]$ a $C[-13,2]$. Vypočtěte velikosti vnitřních úhlů trojúhelníka ABC.

VARIANTA 6

1. Najděte obor hodnot funkce

$$y = \frac{x^2+4}{x}, \qquad x \in \langle -\infty, 0).$$

2. Vypočtěte všechna řešení rovnice

$$\sin^2 x - \frac{3}{2}\sin x + \frac{1}{2} = 0, \qquad x \in \langle 0, 2\pi).$$

3. Vypočtěte velikost (normu) komplexního čísla

$$z = \frac{3+\mathrm{i}}{1-3\mathrm{i}}.$$

4. Přirozená čísla dělitelná čtyřmi tvoří aritmetickou posloupnost. Vypočtěte součet těchto čísel, která leží mezi čísly 7 a 97.

5. Napište rovnici přímky, která prochází bodem $A[1,3,2]$ a je rovnoběžná s rovinou $\rho:\ 2x+y-z+1=0$.

VARIANTA 7

1. Najděte definiční obor funkce

$$y = \sqrt[3]{\frac{x+2}{\ln \cos x}}.$$

2. V oboru reálných čísel řešte rovnici

$$|\sin x| = 1.$$

3. Řešte rovnici $5\mathrm{i}z = (4-\mathrm{i})(z+2\mathrm{i})$ **s neznámou** $z \in \mathbb{C}$**.**

4. V aritmetické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ **je** $a_1 = 3$ **a** $s_9 = 99$**. Vypočtěte diferenci** d**.**

5. Vypočtěte vzdálenost dvou rovnoběžných přímek

$$p: \; x = 2t, \quad y = -2 + t, \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q: \; x = -1 + 2s, \quad y = 1 + s, \quad s \in \mathbb{R}.$$

VARIANTA 8

1. Najděte inverzní funkci k funkci

$$y = x^2 - 2x, \qquad x \in (-\infty, 1).$$

2. V oboru reálných čísel řešte rovnici

$$5^{x+1} \cdot 25^{x-3} = 125^{2x-1}.$$

3. Vypočtěte druhou a třetí odmocninu komplexního čísla

$$z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}.$$

4. V geometrické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ je $a_1 = 81$ a $q = \frac{2}{3}$. Vypočtěte členy a_4 a a_7.

5. Zjistěte vzájemnou polohu dvou rovin

$$\rho: \ x = 1 + 2t + 3s, \quad y = 1 + t + s, \quad z = 3, \quad t, s \in \mathbb{R},$$

$$\sigma: \ x + 2y + 3z - 1 = 0.$$

VARIANTA 9

1. Rozhodněte, zda funkce

$$y = 3\sin 2x + 2\cos 3x$$

je periodická. V kladném případě najděte její periodu.

2. V oboru reálných čísel řešte rovnici

$$|2x - 5| - |4x + 7| = 0.$$

3. Vypočtěte reálnou a imaginární část komplexního čísla

$$z = (3 - 2\mathrm{i})^2 - \overline{(2 + 10\mathrm{i})}.$$

4. Mezi čísla -1 a -81 jsou vložena tři čísla tak, že spolu s danými čísly tvoří pět po sobě jdoucích členů geometrické posloupnosti. Vypočtěte prostřední z vložených čísel.

5. Napište parametrickou rovnici polopřímky AB, je-li $A[2,4]$, $B[7,3]$.

VARIANTA 10

1. Načrtněte graf funkce

$$y = |x + 2| - 3.$$

2. V oboru reálných čísel řešte rovnici

$$\log_4 x - \log_4(2 - x) = 1.$$

3. V Gaussově rovině zakreslete komplexní čísla $z_1 + z_2$ a $\overline{z_1 + z_2}$, jestliže

a) $z_1 = 5 - 3\mathrm{i}, \quad z_2 = 2 - \mathrm{i}$,

b) $z_1 = 5 - 3\mathrm{i}, \quad z_2 = 2 - \mathrm{i}$.

4. Vypočtěte součet druhého a čtvrtého členu posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána rekurentní formulí $a_{n+1} - na_n = -3$ a členem $a_2 = -3$.

5. Napište obecnou rovnici roviny, která prochází bodem $A[5, -1, 2]$ a je kolmá k přímce AB, kde $B[3, 2, -1]$.