

VARIANTA 1

1. V oboru reálných čísel řešte rovnici

$$\sqrt{x^2 - 3x + 2} = 2 - x.$$

2. Načrtněte graf funkce

$$y = \log_{\frac{1}{2}}(x - 2).$$

3. Vypočtěte velikost (normu), argument a goniometrický tvar komplexního čísla

$$z = (1 + i)^2(3 - 4i).$$

4. V aritmetické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ je $a_1 = -1$ a $d = 2$. Vypočtěte členy a_8 , a_{10} a součet prvních deseti členů.

5. Vyšetřete vzájemnou polohu přímek

$$p: 6x - 8y + 13 = 0,$$

$$q: x = 1 + 4t, \quad y = 2 + 3t, \quad t \in \mathbb{R}.$$

VARIANTA 2

1. V oboru reálných čísel řešte rovnici

$$\sin^2 x - \frac{3}{2} \sin x + \frac{1}{2} = 0.$$

2. Nalezněte definiční obor funkce

$$y = \sqrt{\frac{x+3}{(|x|-1)^2}}.$$

3. Komplexní číslo z , pro které je

$$z^3 = \frac{3+i}{1-3i},$$

vyjádřete v goniometrickém tvaru.

4. Mezi čísla 2 a 162 jsou vložena tři čísla tak, že spolu s danými čísly tvoří pět po sobě jdoucích členů geometrické posloupnosti. Určete třetí vložené číslo.

5. Napište rovnici přímky, která je kolmá k přímkce $r : 7x - 2y + 14 = 0$ a prochází průsečíkem přímek

$$p : x = 6 + 3t, \quad y = 6 + 2t, \quad t \in \mathbb{R},$$

a

$$q : x = 7 + 4s, \quad y = 1 - 3s, \quad s \in \mathbb{R}.$$

VARIANTA 3

1. Pro které hodnoty parametru a má rovnice

$$x^2 + (2a + 4)x + a - 1 = 0$$

dva různé reálné kořeny.

2. Načrtněte graf funkce

$$y = |x + 1| - x + |-x - 2| + 5.$$

3. Zapište v algebraickém tvaru komplexní číslo z^{-1} , je-li

$$z = \frac{1 + 2i}{7 + 4i}.$$

4. Vypočtěte čtvrtý člen posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána rekurentní formulí

$$a_{n+1} = 2na_n - 1 \quad \text{a členem} \quad a_1 = 3.$$

5. Napište rovnici přímky, která prochází bodem $[9, 3, -4]$ a je kolmá k rovině dané rovnicí $x + 2y + 3z - 30 = 0$.

VARIANTA 4

1. Určete definiční obor funkce

a) $\sqrt{|\log|x||}$,

b) $\operatorname{tg} \frac{x-1}{x^2+2x-3}$.

2. Načrtněte graf funkce

$$y = 2 \sin(3x + 1) - 2.$$

3. Proveďte diskusi řešení kvadratické rovnice

$$x^2 + 2(a+1)x + 2(a+5) = 0$$

vzhledem k reálnému parametru a .

4. Rozhodněte, zda posloupnost $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, kde

$$a_n = \sqrt{\frac{n}{n+1}},$$

je omezená (resp. zdola omezená, resp. shora omezená) a monotonní.

5. Vypočtěte vzdálenost bodu $A[0, 2]$ od přímky BC , kde $B[9, 5]$ a $C[1, -1]$.

VARIANTA 5

1. Rozhodněte, zda funkce

a) $|x + 1|$,

b) $\sin x \cdot \cos x$

je sudá nebo lichá.

2. Pro které hodnoty parametru p má rovnice

$$25x^2 - 8px + p^2 - 2252 = 0$$

dvojnásobný kořen.

3. Vyjádřete komplexní číslo z^2 v algebraickém a goniometrickém tvaru, je-li

$$z = \frac{1 + 2i}{7 + 4i}.$$

4. Vypočtěte prvních pět členů posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, kde

a) $a_n = \frac{2n - 3}{n + 1}$,

b) $a_n = (-1)^n + 1$.

Rozhodněte, zda jsou posloupnosti omezené (resp. zdola omezené, resp. shora omezené) a monotonní.

5. Jsou dány body $A[-1, -3]$, $B[11, 6]$ a $C[-13, 2]$. Vypočtěte velikosti vnitřních úhlů trojúhelníka ABC .

VARIANTA 6

1. Najděte obor hodnot funkce

$$y = \frac{x^2 + 4}{x}, \quad x \in \langle -\infty, 0 \rangle.$$

2. Vypočtěte všechna řešení rovnice

$$\sin^2 x - \frac{3}{2} \sin x + \frac{1}{2} = 0, \quad x \in \langle 0, 2\pi \rangle.$$

3. Vypočtěte velikost (normu) komplexního čísla

$$z = \frac{3 + i}{1 - 3i}.$$

4. Přirozená čísla dělitelná čtyřmi tvoří aritmetickou posloupnost. Vypočtěte součet těchto čísel, která leží mezi čísly 7 a 97.

5. Napište rovnici přímky, která prochází bodem $A[1, 3, 2]$ a je rovnoběžná s rovinou $\rho: 2x + y - z + 1 = 0$.

VARIANTA 7

1. Najděte definiční obor funkce

$$y = \sqrt[3]{\frac{x+2}{\ln \cos x}}.$$

2. V oboru reálných čísel řešte rovnici

$$|\sin x| = 1.$$

3. Řešte rovnici $5iz = (4-i)(z+2i)$ s neznámou $z \in \mathbb{C}$.

4. V aritmetické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ je $a_1 = 3$ a $s_9 = 99$. Vypočtete diferenci d .

5. Vypočtete vzdálenost dvou rovnoběžných přímk

$$p: x = 2t, \quad y = -2 + t, \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q: x = -1 + 2s, \quad y = 1 + s, \quad s \in \mathbb{R}.$$

VARIANTA 8

1. Najděte inverzní funkci k funkci

$$y = x^2 - 2x, \quad x \in (-\infty, 1).$$

2. V oboru reálných čísel řešte rovnici

$$5^{x+1} \cdot 25^{x-3} = 125^{2x-1}.$$

3. Vypočtěte druhou a třetí odmocninu komplexního čísla

$$z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i.$$

4. V geometrické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ je $a_1 = 81$ a $q = \frac{2}{3}$. Vypočtěte členy a_4 a a_7 .

5. Zjistěte vzájemnou polohu dvou rovin

$$\rho: x = 1 + 2t + 3s, \quad y = 1 + t + s, \quad z = 3, \quad t, s \in \mathbb{R},$$

$$\sigma: x + 2y + 3z - 1 = 0.$$

VARIANTA 9

1. Rozhodněte, zda funkce

$$y = 3 \sin 2x + 2 \cos 3x$$

je periodická. V kladném případě najděte její periodu.

2. V oboru reálných čísel řešte rovnici

$$|2x - 5| - |4x + 7| = 0.$$

3. Vypočtěte reálnou a imaginární část komplexního čísla

$$z = (3 - 2i)^2 - \overline{(2 + 10i)}.$$

4. Mezi čísla -1 a -81 jsou vložena tři čísla tak, že spolu s danými čísly tvoří pět po sobě jdoucích členů geometrické posloupnosti. Vypočtěte prostřední z vložených čísel.

5. Napište parametrickou rovnici polopřímky AB , je-li $A[2, 4]$, $B[7, 3]$.

VARIANTA 10

1. Načrtněte graf funkce

$$y = |x + 2| - 3.$$

2. V oboru reálných čísel řešte rovnici

$$\log_4 x - \log_4(2 - x) = 1.$$

3. V Gaussově rovině zakreslete komplexní čísla $z_1 + z_2$ a $\overline{z_1 + z_2}$, jestliže

a) $z_1 = 5 - 3i, \quad z_2 = 2 - i,$

b) $z_1 = 5 - 3i, \quad z_2 = 2 - i.$

4. Vypočtěte součet druhého a čtvrtého členu posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána rekurentní formulí $a_{n+1} - na_n = -3$ a členem $a_2 = -3$.

5. Napište obecnou rovnici roviny, která prochází bodem $A[5, -1, 2]$ a je kolmá k přímce AB , kde $B[3, 2, -1]$.