

## ANALYTICKÁ GEOMETRIE V ROVINĚ

1. Vypočtete středy stran trojúhelníka  $ABC$ , kde  $A[2, -1]$ ,  $B[4, 3]$  a  $C[-2, 1]$ .
2. Jsou dány body  $A[1, 2]$ ,  $B[4, 4]$ . Na ose  $x$  určete bod  $C$ , aby obsah trojúhelníka  $ABC$  byl 5 čtverečných jednotek.
3. Vypočtete obsah pětiúhelníka o vrcholech  $A[4, 5]$ ,  $B[-1, 4]$ ,  $C[-5, -2]$ ,  $D[1, -6]$  a  $E[5, -2]$ .
4. Jsou dány body  $A[-2, -1]$ ,  $B[2, -4]$  a  $C[0, 2]$ . Jestliže  $u = B - A$  a  $v = C - A$ , vypočtete  $u + v$ ,  $u - v$ ,  $|u + v|$ ,  $|u - v|$  a  $u \cdot v$ .
5. Jsou dány vektory  $u = (5, 2)$  a  $v = (1, a)$ . Vypočtete reálné číslo  $a$  tak, aby  $|u - v| = 5$ .
6. Jsou dány vektory  $u = (3, 5)$  a  $v = (6, 2)$ . Vypočtete vektor  $w$  kolmý na vektor  $v$ , pro který platí  $u \cdot w = 4$ .
7. Vyjádřete vektor  $u = (19, 8)$  jako lineární kombinaci vektorů  $v = (5, 4)$  a  $w = (-3, 0)$ .
8. Vypočtete všechny vektory  $u$ , které jsou kolmé na vektory  $a = (1, -1, 3)$  a  $b = (2, 0, 5)$ .
9. Vypočtete velikosti vnitřních a vnějších úhlů trojúhelníka  $ABC$ , kde  $A[-1, -3]$ ,  $B[11, 6]$ ,  $C[-13, 2]$ .
10. Jsou dány vektory  $u = (5, 2)$  a  $v = (7, -3)$ . Určete všechny vektory  $x$ , pro které platí  $u \cdot x = 38$  a  $v \cdot x = 30$ .
11. Napište parametrickou a obecnou rovnici přímky  $AB$ , je-li  $A[1, 1]$ ,  $B[5, 3]$ .
12. Napište parametrickou rovnici úsečky  $CD$ , je-li  $C[-1, 2]$ ,  $D[3, 0]$ .
13. Napište parametrickou rovnici polopřímky  $AB$ , je-li  $A[2, 4]$ ,  $B[7, 3]$ .
14. Vypočtete hodnotu parametru  $m \in \mathbb{R}$  tak, aby přímka  $x + 4y + m^2 - 5m + 9 = 0$  procházela bodem  $A[1, -1]$ .
15. Vypočtete hodnotu parametru  $a \in \mathbb{R}$  tak, aby bod  $A[1, -2]$  ležel na přímce  $ax - (a + 1)y - 1 = 0$ .

**16.** Vypočtete hodnoty parametrů  $a \in \mathbb{R}$  a  $b \in \mathbb{R}$  tak, aby přímka  $3x - 2y - 1 = 0$  byla osou úsečky  $AB$ , kde  $A[a, 3]$  a  $B[4, b]$ .

**17.** Vyšetřete vzájemnou polohu přímek  $p$  a  $q$ , kde

$$p : 6x - 8y + 13 = 0,$$

$$q : x = 1 + 4t, \quad y = 2 + 3t, \quad t \in \mathbb{R}.$$

**18.** Vyšetřete vzájemnou polohu přímek  $p$  a  $q$ , kde

$$p : 7x - 2y + 14 = 0,$$

$$q : 3x - y + 2 = 0.$$

**19.** Vyšetřete vzájemnou polohu přímek  $p$  a  $q$ , kde

$$p : x = 1 + 8s \quad y = s - 2, \quad s \in \mathbb{R},$$

$$q : x = 3 + 4t, \quad y = 2 + \frac{1}{2}t, \quad t \in \mathbb{R}.$$

**20.** Vyšetřete vzájemnou polohu přímky  $p : 2x + y + 1 = 0$  a úsečky  $AB$ , kde  $A[1, 2]$ ,  $B[2, 4]$ .

**21.** Vypočtete všechny hodnoty parametrů  $a \in \mathbb{R}$  a  $b \in \mathbb{R}$  tak, aby přímky  $ax + y + b = 0$  a  $AB$ , kde  $A[-1, 1]$ ,  $B[1, 0]$ , byly navzájem různé rovnoběžky.

**22.** Vypočtete všechny hodnoty parametru  $a \in \mathbb{R}$  tak, aby se přímky  $p : 3x - y + a = 0$  a  $q : x = 1 + t, y = -1 + 2t, t \in \mathbb{R}$ , protínaly ve 3. kvadrantu.

**23.** Vypočtete všechny hodnoty parametru  $b \in \mathbb{R}$  tak, aby přímky  $p : 2x - (b + 2)y + 1 = 0$  a  $q : x = 1 + bt, y = -1 - 4t, t \in \mathbb{R}$ , byly navzájem kolmé.

**24.** Napište rovnici přímky, která je kolmá k přímce  $r : 7x - 2y + 14 = 0$  a prochází průsečíkem přímek  $p : x = 6 + 3t, y = 6 + 2t, t \in \mathbb{R}$  a  $q : x = 7 + 4s, y = 1 - 3s, s \in \mathbb{R}$ .

**25.** Napište rovnici přímky  $p$ , která prochází průsečíkem přímek  $q : 4x + 7y - 15 = 0$  a  $r : 9x - 14y - 4 = 0$ , a je rovnoběžná s přímkou  $s : 2x - 3y - 9 = 0$ .

**26.** Napište rovnici přímky, která pólí spojnicí bodů  $A[4, 1]$ ,  $B[-2, 4]$  a má směrnici  $k = 2$ .

**27.** Dokažte, že čtyřúhelník  $ABCD$  je rovnoběžník a rozhodněte, jaký je to rovnoběžník:  $A[4, 0]$ ,  $B[1, 7]$ ,  $C[-6, 4]$  a  $D[-3, -3]$ .

**28.** Napište rovnici přímky, které prochází průsečíkem přímek  $p : 5x - 8y + 34 = 0$  a  $q : 4x + 9y - 19 = 0$  a bodem  $M[-4, -5]$ .

**29.** Vypočtěte hodnoty parametrů  $b \in \mathbb{R}$  a  $c \in \mathbb{R}$  tak, aby přímky  $p : bx - 5y + c = 0$  a  $AB$ , kde  $A[-2, -1]$ ,  $B[3, 1]$ , byly totožné.

**30.** Vypočtěte hodnoty parametru  $m \in \mathbb{R}$  tak, aby přímky

$$p : 3x + 2y - 1 = 0,$$

$$q : x = -1 + s, \quad y = -3 + s, \quad s \in \mathbb{R},$$

$$r : 4x - 3y + m = 0$$

měly právě jeden společný bod.

**31.** Vypočtěte hodnoty parametru  $m \in \mathbb{R}$  tak, aby přímky

$$p : x = -1 + t, \quad y = 3 - t, \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q : x = 3 + s, \quad y = 7 + 3s, \quad s \in \mathbb{R},$$

$$r : x + 3y + m = 0$$

měly právě jeden společný bod.

**32.** Zjistěte, zda přímka  $3x + y + 11 = 0$  a úsečka  $x = 1 + 3t$ ,  $y = -1 + 4t$ ,  $t \in \langle 0, 1 \rangle$ , mají aspoň jeden společný bod.

**33.** Zjistěte, zda přímka  $x + y - 6 = 0$  a polopřímka  $x = 1 + 2t$ ,  $y = -1 + t$ ,  $t \in \langle 0, \infty \rangle$ , mají společný bod, pokud ano, vypočtěte jeho souřadnice.

**34.** Zjistěte, zda úsečky  $AB$  a  $CD$ , kde  $A[1, -2]$ ,  $B[3, 2]$ ,  $C[6, 3]$  a  $D[5, 2]$ , mají společný bod. Pokud ano, vypočtěte jeho souřadnice.

**35.** Zjistěte, zda polopřímky  $x = 1 + t$ ,  $y = -2 + 3t$ ,  $t \in \langle 0, \infty \rangle$  a  $x = 2 + s$ ,  $y = -1 + 5s$ ,  $s \in \langle 0, \infty \rangle$ , mají společný bod, pokud ano, vypočtěte jeho souřadnice.

**36.** Vypočtěte vzdálenost bodu  $A[2, 7]$  od přímky  $3x - 4y - 14 = 0$ .

**37.** Vypočtěte vzdálenost dvou rovnoběžných přímek

$$p : 4x - 7y + 20 = 0,$$

$$q : 4x - 7y - 45 = 0.$$

**38.** Vypočtěte vzdálenost dvou přímek

$$p : x = -1 + t, \quad y = -2 + 3t, \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q : x - \frac{1}{3}y + 1 = 0.$$

**39.** Vypočtěte vzdálenost dvou přímek

$$p : x = 2t, \quad y = -2 + t, \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q : x = -1 + 2s, \quad y = 1 + s, \quad s \in \mathbb{R}.$$

**40.** Na přímce  $p : x = 4 + t, y = 3 + 2t, t \in \mathbb{R}$ , najděte bod  $C$ , který má stejnou vzdálenost od bodů  $A[1, 2]$  a  $B[-1, 0]$ .

**41.** Na přímce  $p : x - 2z + 1 = 0$  najděte všechny body, které mají od bodu  $A[1, 1]$  vzdálenost  $d = \sqrt{5}$ .

**42.** Vypočtěte vzdálenost bodu  $A[1, 3]$  od středu úsečky  $x = 2 - 6t, y = 1 - 4t, t \in \langle 0, 1 \rangle$ .

**43.** Vypočtěte odchylku přímek  $AB$ , kde  $A[-1, 1], B[2, -1]$ , a  $q : 3x - 2y + 1 = 0$ .

**44.** Vypočtěte odchylku přímek

$$p : \sqrt{3}x + y - 4 = 0,$$

$$q : y = \sqrt{3}x.$$

**45.** Vypočtěte odchylku přímek

$$p : x = 1 + 2t, \quad y = 3 + t, \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q : 3x - y + 2 = 0.$$

**46.** Napište rovnici osy úhlu  $AVB$ , kde  $V[1, 2], A[4, 6]$  a  $B[6, 2]$ .

**47.** Napište rovnice os souměrnosti různoběžek  $p : 2x + y - 1 = 0$  a  $q : x + 2y - 3 = 0$ .

**48.** Je dán trojúhelník  $KLM$ , kde  $K[1, 2], L[3, 5]$  a  $M[3, -8]$ . Vypočtěte velikosti výšek  $v_a, v_b, v_c$  a těžnic  $t_a, t_b, t_c$ .  $V[1, 2], A[4, 6]$  a  $B[6, 2]$ .

**49.** Je dán trojúhelník  $RST$ , kde  $R[2, 3], S[6, 1]$  a  $T[5, 3]$ . Vypočtěte velikosti vnitřních úhlů a délky stran.

**50.** Stanovte hodnotu parametru  $p$  tak, aby těžnice  $t_a$  trojúhelníku  $ABC$ , kde  $A[a, 3], B[4, -1]$  a  $C[-2, -3]$ , měla délku  $d = \sqrt{26}$ .