

ANALYTICKÁ GEOMETRIE V ROVINĚ

1. Vypočtete středy stran trojúhelníka ABC , kde $A[2, -1]$, $B[4, 3]$ a $C[-2, 1]$.
2. Jsou dány body $A[1, 2]$, $B[4, 4]$. Na ose x určete bod C , aby obsah trojúhelníka ABC byl 5 čtverečných jednotek.
3. Vypočtete obsah pětiúhelníka o vrcholech $A[4, 5]$, $B[-1, 4]$, $C[-5, -2]$, $D[1, -6]$ a $E[5, -2]$.
4. Jsou dány body $A[-2, -1]$, $B[2, -4]$ a $C[0, 2]$. Jestliže $u = B - A$ a $v = C - A$, vypočtete $u + v$, $u - v$, $|u + v|$, $|u - v|$ a $u \cdot v$.
5. Jsou dány vektory $u = (5, 2)$ a $v = (1, a)$. Vypočtete reálné číslo a tak, aby $|u - v| = 5$.
6. Jsou dány vektory $u = (3, 5)$ a $v = (6, 2)$. Vypočtete vektor w kolmý na vektor v , pro který platí $u \cdot w = 4$.
7. Vyjádřete vektor $u = (19, 8)$ jako lineární kombinaci vektorů $v = (5, 4)$ a $w = (-3, 0)$.
8. Vypočtete všechny vektory u , které jsou kolmé na vektory $a = (1, -1, 3)$ $b = (2, 0, 5)$.
9. Vypočtete velikosti vnitřních a vnějších úhlů trojúhelníka ABC , kde $A[-1, -3]$, $B[11, 6]$, $C[-13, 2]$.
10. Jsou dány vektory $u = (5, 2)$ a $v = (7, -3)$. Určete všechny vektory x , pro které platí $u \cdot x = 38$ a $v \cdot x = 30$.
11. Napište parametrickou a obecnou rovnici přímky AB , je-li $A[1, 1]$, $B[5, 3]$.
12. Napište parametrickou rovnici úsečky CD , je-li $C[-1, 2]$, $D[3, 0]$.
13. Napište parametrickou rovnici polopřímky AB , je-li $A[2, 4]$, $B[7, 3]$.
14. Vypočtete hodnotu parametru $m \in \mathbb{R}$ tak, aby přímka $x + 4y + m^2 - 5m + 9 = 0$ procházela bodem $A[1, -1]$.
15. Vypočtete hodnotu parametru $a \in \mathbb{R}$ tak, aby bod $A[1, -2]$ ležel na přímce $ax - (a + 1)y - 1 = 0$.

16. Vypočtete hodnoty parametrů $a \in \mathbb{R}$ a $b \in \mathbb{R}$ tak, aby přímka $3x - 2y - 1 = 0$ byla osou úsečky AB , kde $A[a, 3]$ a $B[4, b]$.

17. Vyšetřete vzájemnou polohu přímek p a q , kde

$$p : 6x - 8y + 13 = 0,$$

$$q : x = 1 + 4t, \quad y = 2 + 3t, \quad t \in \mathbb{R}.$$

18. Vyšetřete vzájemnou polohu přímek p a q , kde

$$p : 7x - 2y + 14 = 0,$$

$$q : 3x - y + 2 = 0.$$

19. Vyšetřete vzájemnou polohu přímek p a q , kde

$$p : x = 1 + 8s \quad y = s - 2, \quad s \in \mathbb{R},$$

$$q : x = 3 + 4t, \quad y = 2 + \frac{1}{2}t, \quad t \in \mathbb{R}.$$

20. Vyšetřete vzájemnou polohu přímky $p : 2x + y + 1 = 0$ a úsečky AB , kde $A[1, 2]$, $B[2, 4]$.

21. Vypočtete všechny hodnoty parametrů $a \in \mathbb{R}$ a $b \in \mathbb{R}$ tak, aby přímky $ax + y + b = 0$ a AB , kde $A[-1, 1]$, $B[1, 0]$, byly navzájem různé rovnoběžky.

22. Vypočtete všechny hodnoty parametru $a \in \mathbb{R}$ tak, aby se přímky $p : 3x - y + a = 0$ a $q : x = 1 + t, y = -1 + 2t, t \in \mathbb{R}$, protínaly ve 3. kvadrantu.

23. Vypočtete všechny hodnoty parametru $b \in \mathbb{R}$ tak, aby přímky $p : 2x - (b + 2)y + 1 = 0$ a $q : x = 1 + bt, y = -1 - 4t, t \in \mathbb{R}$, byly navzájem kolmé.

24. Napište rovnici přímky, která je kolmá k přímce $r : 7x - 2y + 14 = 0$ a prochází průsečíkem přímek $p : x = 6 + 3t, y = 6 + 2t, t \in \mathbb{R}$ a $q : x = 7 + 4s, y = 1 - 3s, s \in \mathbb{R}$.

25. Napište rovnici přímky p , která prochází průsečíkem přímek $q : 4x + 7y - 15 = 0$ a $r : 9x - 14y - 4 = 0$, a je rovnoběžná s přímkou $s : 2x - 3y - 9 = 0$.

26. Napište rovnici přímky, která pólí spojnicí bodů $A[4, 1]$, $B[-2, 4]$ a má směrnici $k = 2$.

27. Dokažte, že čtyřúhelník $ABCD$ je rovnoběžník a rozhodněte, jaký je to rovnoběžník: $A[4, 0]$, $B[1, 7]$, $C[-6, 4]$ a $D[-3, -3]$.

28. Napište rovnici přímky, které prochází průsečíkem přímek $p : 5x - 8y + 34 = 0$ a $q : 4x + 9y - 19 = 0$ a bodem $M[-4, -5]$.

29. Vypočtěte hodnoty parametrů $b \in \mathbb{R}$ a $c \in \mathbb{R}$ tak, aby přímky $p : bx - 5y + c = 0$ a AB , kde $A[-2, -1]$, $B[3, 1]$, byly totožné.

30. Vypočtěte hodnoty parametru $m \in \mathbb{R}$ tak, aby přímky

$$p : 3x + 2y - 1 = 0,$$

$$q : x = -1 + s, \quad y = -3 + s, \quad s \in \mathbb{R},$$

$$r : 4x - 3y + m = 0$$

měly právě jeden společný bod.

31. Vypočtěte hodnoty parametru $m \in \mathbb{R}$ tak, aby přímky

$$p : x = -1 + t, \quad y = 3 - t, \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q : x = 3 + s, \quad y = 7 + 3s, \quad s \in \mathbb{R},$$

$$r : x + 3y + m = 0$$

měly právě jeden společný bod.

32. Zjistěte, zda přímka $3x + y + 11 = 0$ a úsečka $x = 1 + 3t$, $y = -1 + 4t$, $t \in \langle 0, 1 \rangle$, mají aspoň jeden společný bod.

33. Zjistěte, zda přímka $x + y - 6 = 0$ a polopřímka $x = 1 + 2t$, $y = -1 + t$, $t \in \langle 0, \infty \rangle$, mají společný bod, pokud ano, vypočtěte jeho souřadnice.

34. Zjistěte, zda úsečky AB a CD , kde $A[1, -2]$, $B[3, 2]$, $C[6, 3]$ a $D[5, 2]$, mají společný bod. Pokud ano, vypočtěte jeho souřadnice.

35. Zjistěte, zda polopřímky $x = 1 + t$, $y = -2 + 3t$, $t \in \langle 0, \infty \rangle$ a $x = 2 + s$, $y = -1 + 5s$, $s \in \langle 0, \infty \rangle$, mají společný bod, pokud ano, vypočtěte jeho souřadnice.

36. Vypočtěte vzdálenost bodu $A[2, 7]$ od přímky $3x - 4y - 14 = 0$.

37. Vypočtěte vzdálenost dvou rovnoběžných přímek

$$p : 4x - 7y + 20 = 0,$$

$$q : 4x - 7y - 45 = 0.$$

38. Vypočtěte vzdálenost dvou přímek

$$p : x = -1 + t, \quad y = -2 + 3t, \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q : x - \frac{1}{3}y + 1 = 0.$$

39. Vypočtěte vzdálenost dvou přímek

$$p : x = 2t, \quad y = -2 + t, \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q : x = -1 + 2s, \quad y = 1 + s, \quad s \in \mathbb{R}.$$

40. Na přímce $p : x = 4 + t, y = 3 + 2t, t \in \mathbb{R}$, najděte bod C , který má stejnou vzdálenost od bodů $A[1, 2]$ a $B[-1, 0]$.

41. Na přímce $p : x - 2z + 1 = 0$ najděte všechny body, které mají od bodu $A[1, 1]$ vzdálenost $d = \sqrt{5}$.

42. Vypočtěte vzdálenost bodu $A[1, 3]$ od středu úsečky $x = 2 - 6t, y = 1 - 4t, t \in \langle 0, 1 \rangle$.

43. Vypočtěte odchylku přímek AB , kde $A[-1, 1], B[2, -1]$, a $q : 3x - 2y + 1 = 0$.

44. Vypočtěte odchylku přímek

$$p : \sqrt{3}x + y - 4 = 0,$$

$$q : y = \sqrt{3}x.$$

45. Vypočtěte odchylku přímek

$$p : x = 1 + 2t, \quad y = 3 + t, \quad t \in \mathbb{R},$$

$$q : 3x - y + 2 = 0.$$

46. Napište rovnici osy úhlu AVB , kde $V[1, 2], A[4, 6]$ a $B[6, 2]$.

47. Napište rovnice os souměrnosti různoběžek $p : 2x + y - 1 = 0$ a $q : x + 2y - 3 = 0$.

48. Je dán trojúhelník KLM , kde $K[1, 2], L[3, 5]$ a $M[3, -8]$. Vypočtěte velikosti výšek v_a, v_b, v_c a těžnic t_a, t_b, t_c . $V[1, 2], A[4, 6]$ a $B[6, 2]$.

49. Je dán trojúhelník RST , kde $R[2, 3], S[6, 1]$ a $T[5, 3]$. Vypočtěte velikosti vnitřních úhlů a délky stran.

50. Stanovte hodnotu parametru p tak, aby těžnice t_a trojúhelníku ABC , kde $A[a, 3], B[4, -1]$ a $C[-2, -3]$, měla délku $d = \sqrt{26}$.