

PRAVDĚPODOBNOST

1. Z číslic 1, 2, 3, 4 vytvoříme všechna trojčíferná přirozená čísla, v jejichž dekadickém zápisu se každá z těchto číslic vyskytuje nejvýše jedenkrát. Vypočtete pravděpodobnost, že náhodně vybrané číslo je

- a) dělitelné čtyřmi,
- b) dělitelné třemi,
- c) dělitelné čtyřmi a třemi,
- d) dělitelné čtyřmi nebo třemi.

2. Na danou otázku zaslalo správnou odpověď sedm mužů a pět žen. Ze správných odpovědí se losují tři výherci. Jaká je pravděpodobnost, že mezi výherci

- a) nebude žena,
- b) budou právě dvě ženy,
- c) budou nejvýše dvě ženy,
- d) bude více mužů než žen?

3. Určete pravděpodobnost, že při hodu dvěma hracími kostkami, žlutou a modrou

- a) bude součet bodů na obou kostkách 6,
- b) bude součet bodů na obou kostkách menší než 5,
- c) na obou kostkách padne 2,
- d) na obou padnou stejná čísla,
- e) na žluté padne číslo menší než tři a na modré větší než jedna,
- f) na obou padnou sudá čísla,
- g) alespoň na jedné padne liché číslo.

4. Fotbalista promění penaltu s pravděpodobností 0,9. Jaká je pravděpodobnost, že z pěti penalt promění

- a) pět,
- b) tři,
- c) alespoň čtyři?

5. Lék úspěšně léčí 90% případů onemocnění. Vypočítejte pravděpodobnost, že se vyléčí alespoň 18 pacientů ze 20, kterým je lék podán.

6. V porotě jsou tři členové. Dva z nich rozhodují s pravděpodobností 0,95 správně, třetí rozhoduje tak, že si hodí mincí. Jaká je pravděpodobnost, že celá porota rozhodne správně (tj. správně rozhodnou alespoň dva porotci)?

7. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně zvolená tětiva kružnice o poloměru r je delší než $\sqrt{3}r$?

8. V osudí je 9 červených a 7 bílých koulí. Postupně vytáhneme tři koule. Jaká je pravděpodobnost, že první dvě koule budou červené a třetí bude bílá,

- a) jestliže vytažené koule do osudí nevracíme zpět,
- b) jestliže každou vytaženou kouli vždy vrátíme zpět do osudí?

9. Jaká je pravděpodobnost, že ze skupiny pěti studentů se alespoň dva studenti narodili ve stejný měsíc? Jaká je pravděpodobnost, že se Jana a Tomáš narodili ve stejný den, když se oba narodili v roce 1990.

10. V jedné rodině je pravděpodobnost zdědění konkrétní nemoci u chlapce 0,2 a u děvčete 0,1. Pravděpodobnost narození chlapce je 0,485, pravděpodobnost narození děvčete je 0,515. Jaká je pravděpodobnost, že dítě narozené v této rodině zdědí danou nemoc?

11. Na první míse je 12 koláčů tvarohových a 8 koláčů ořechových, na druhé míse je 13 tvarohových a 12 ořechových. Hostitelka náhodně vybere jednu mísu. Na pohled nepoznáte náplň. Jaká je pravděpodobnost, že první koláč, který si vyberete je ořechový?

12. Paní Štastná si koupila los v loterii, v níž vyhrává každý dvacátý los. Její manžel zakoupil los v jiné loterii, v níž vyhrává každý desátý los. Jaká je pravděpodobnost, že

- a) vyhrají oba,
- b) vyhraje právě jeden,
- c) vyhraje alespoň jeden,
- d) nevyhraje ani jeden.

13. Při testování nového výrobku bylo zjištěno, že se nejčastěji vyskytují dvě na sobě nezávislé vady. První se vyskytuje s pravděpodobností 0,005, druhá s pravděpodobností 0,001. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraný výrobek bude mít alespoň jednu vadu?

14. V osudí jsou v dostatečném množství stejným počtem zastoupeny koule bílé a červené. Náhodně vytáhneme dvě koule najednou. Bez ohledu na počet koulí v osudí dokažte, že pravděpodobnost, že vybrané koule jsou

- a) obě červené, je vždy menší než 25%,
- b) různé barvy, je vždy větší než 50%.

15. V testu je 15 otázek, ke každé jsou 4 odpovědi, z nichž právě jedna je správná. Student zná správnou odpověď na 5 otázek. U zbývajících odpovídá náhodně. Jaká je pravděpodobnost, že odpoví správně

- a) na všechny otázky,
- b) právě na 10 otázek.

16. V první přepravce je 20 a ve druhé 25 lahví vína. Na lahvích nejsou etikety. V každé přepravce je 12 lahví tramínu. Nejdříve náhodně vybereme jednu z přepravek a z ní pak vybereme

- a) jednu láhev,
- b) dvě láhve.

Určete pravděpodobnost, že vždy vybereme tramín.

17. V určité části uzavřeného elektrického obvodu jsou dvě paralelní větve. V první části jsou sériově tři vypínače, ve druhé větvi čtyři vypínače. Jaká je pravděpodobnost, že při náhodném nastavení všech vypínačů bude obvodem procházet proud.

18. Máme n urn, v nichž jsou modré a žluté lístky. Pro $k = 1, 2, 3, \dots, n$ je v k -té urně je $3k$ žlutých a $5k$ modrých lístků. Z první urny vybereme náhodně jeden lístek a vložíme do druhé urny. Pak vybereme lístek z druhé urny a vložíme ho do třetí. Takto pokračujeme, až vybereme lístek z n -té urny a vložíme ho do první. Pak vybereme z první urny jeden lístek. Jaká je pravděpodobnost, že bude žlutý?

19. S jakou pravděpodobností náhodně vybrané trojčíferné číslo

- a) není dělitelné pěti a není dělitelné sedmi,
- b) není dělitelné pěti nebo není dělitelné sedmi?

20. Ve sportce je ze 49 čísel vylosováno čísel šest. Na tiketu můžeme zaškrtnout (vsadit) rovněž šest čísel. Jaká je pravděpodobnost výhry třetího pořadí (ze šesti vylosovaných čísel máme čtyři čísla správně)?

21. Střelec zasáhne cíl v průměru osmkrát z deseti ran.

- a) S jakou pravděpodobností zasáhne cíl alespoň jedenkrát ze tří ran?
- b) S jakou pravděpodobností zasáhne cíl alespoň dvakrát ze tří ran?
- c) Kolikrát musí střelit, aby zasáhl cíl alespoň jednou s pravděpodobností, která je větší než 99%?

22. Stroj vyrobí jednu součástku za dvě minuty. Pravděpodobnost, že je vadná, je 0,05. Jaká je pravděpodobnost, že za osm hodin vyrobí stroj právě deset vadných součástek?

23. Ve třídě je třicet žáků. Právě pět z nich nemá domácí úkol. Učitel náhodně kontroluje šest žáků. Vypočítejte pravděpodobnost, že nejvýše dva žáci, které učitel kontroluje, nemají domácí úkol.