POSLOUPNOSTI

1. Najděte prvních pět členů posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, je-li

a) $a_n = \frac{1}{2}(1 + (-1)^n)$,
b) $a_n = n + (-1)^n$,
c) $a_n = (-1)^n \cos \frac{\pi n^2}{n+1n}$,
d) $a_n = \frac{n!}{n^n 2}$.

2. Najděte předpis pro n-tý člen následujících posloupností

a) $\{8, 14, 20, 26, 32, \dots\}$,
b) $\{2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \dots\}$,
c) $\{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \frac{1}{4}, \frac{5}{32}, \dots\}$,
d) $\{1, \frac{1}{2}, 2, \frac{1}{3}, 3, \frac{1}{4}, 4, \frac{1}{5}, \dots\}$.

3. Vypočtěte pátý člen posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána rekurentní formulí $a_{n+1} = 2a_n - 3$ a členem $a_1 = 3$.

4. Vypočtěte šestý člen posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána rekurentní formulí $a_{n+1} = 2na_n - 3$ a členem $a_1 = 2$.

5. Vypočtěte první člen posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána rekurentní formulí $a_{n+1} = na_n + 3$ a členem $a_5 = 99$.

6. Vypočtěte čtvrtý člen posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána rekurentní formulí $a_{n+1} = 2a_n - 3$ a členem $a_1 = 2$.

7. Vypočtěte pátý člen posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána rekurentní formulí $a_{n+1} + a_n = 3$ a členem $a_1 = 1$.

8. Vypočtěte čtvrtý člen posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána rekurentní formulí $a_{n+1} = a_n^2 - 4$ a členem $a_1 = 1$.

9. Vypočtěte čtvrtý člen posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána rekurentní formulí $a_{n+1} = 2na_n - 1$ a členem $a_1 = 3$.

10. Vypočtěte druhý člen posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána rekurentní formulí $a_{n+1} = (n + 1)a_n + 3$ a členem $a_4 = 7$.

11. Vypočtěte součet prvních čtyř členů posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána rekurentní formulí $a_{n+1} = 3a_n - 2$ a členem $a_2 = 7$.

12. Vypočtěte součet prvních čtyř členů posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána rekurentní formulí $a_{n+1} = 2a_n - 4$ a členem $a_4 = 8$.

13. Vypočtěte součet prvních tří členů posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána rekurentní formulí $a_{n+1} = 2a_n - 5$ a členem $a_2 = 2$.

14. Vypočtěte součet prvních tří členů posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána rekurentní formulí $a_{n+1} = (n-1)a_n + 3$ a členem $a_1 = -2$.

15. Vypočtěte první člen posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána rekurentní formulí $a_{n+1} = 3a_n - n$ a členem $a_5 = -5$.

16. Vypočtěte třetí člen posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána rekurentní formulí $a_{n+1} = 2a_n + 4$ a členem $a_2 = -1$.

17. Vypočtěte čtvrtý člen posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána rekurentní formulí $a_{n+1} = (n-1)a_n + 3$ a členem $a_1 = -2$.

18. Vypočtěte čtvrtý člen posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána rekurentní formulí $a_{n+1} = (n+1)a_n - 5$ a členem $a_1 = 0$.

19. Vypočtěte třetí člen posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána rekurentní formulí $a_{n+1} + 3a_n = 4$ a členem $a_5 = 2$.

20. Vypočtěte součet čtvrtého a pátého členu posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána rekurentní formulí $a_{n+1} - 2a_n = -4$ a členem $a_2 = 3$.

21. Vypočtěte součet prvních čtyř členů posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána rekurentní formulí $a_{n+1} + 2a_n = 5$ a členem $a_1 = 1$.

22. Vypočtěte součet druhého a čtvrtého členu posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána rekurentní formulí $a_{n+1} - na_n = -3$ a členem $a_2 = -3$.

23. Vypočtěte součet prvního a čtvrtého členu posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána rekurentní formulí $a_{n+1} = 2a_n + 3$ a členem $a_1 = -5$.

24. Vypočtěte součet prvního a třetího členu posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, která je dána rekurentní formulí $a_{n+1} = 3a_n - 1$ a členem $a_4 = 14$.

25. Rozhodněte, která z posloupností $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ je aritmetická, resp. geometrická, vypočtěte její diferenci, resp. kvocient, jestliže

a) $a_n = 3n - 4$,

b) $a_n = 3 \cdot 2^{-n}$,

c) $a_n = 2^{n+1}$,

d) $a_n = \frac{n+1}{n+2}$.

26. Najděte prvních šest členů aritmetické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, je-li

a) $a_1 = 5, \quad a_2 = 2$,

b) $a_2 = 7, \quad d = -3$,

c) $a_1 = 2, \quad a_2 = 2 + \sqrt{5}$,

d) $a_3 = 1, \quad a_7 = 7$,

e) $a_1 + a_6 = 16, \quad a_3 + a_4 = 19$.

27. V aritmetické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ je $a_1 = -1$ a diference $d = 3$. Vypočtěte členy a_4 a a_{15}.

28. V aritmetické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ je $a_1 = -1$ a $a_7 = 17$. Vypočtěte diferenci a člen a_4.

29. V aritmetické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ je $a_2 = -5$ a $a_{21} = 18$. Vypočtěte diferenci a členy a_2 a a_{63}.

30. V aritmetické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ je $a_1 = -1$ a diference $d = 3$. Vypočtěte součet prvních pěti členů s_5.

31. V aritmetické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ je $a_3 = -1$ a $a_7 = 1$. Vypočtěte součet s_{16}.

32. V aritmetické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ je $a_3 = 8$ a $s_7 = 77$. Vypočtěte člen a_1 a diferenci d.

33. V aritmetické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ je $a_1 = 3$ a $s_9 = 99$. Vypočtěte diferenci d.

34. Vypočtěte člen a_{21} aritmetické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, kde $a_3 = 5$ a $d = 3$.

35. Vypočtěte člen a_3 aritmetické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, kde $a_{10} = 25$ a $d = 4$.

36. Vypočtěte diferenci d aritmetické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, pro niž $a_2 = 3$ a $a_8 = -15$.

37. Vypočtěte diferenci d aritmetické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, pro niž $a_1 = 2$ a $s_4 = 26$.

38. Vypočtěte člen a_{30} aritmetické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, pro kterou $a_1 = -3$ a $d = 3$.

39. Mezi čísla 2 a 6 je vloženo 11 čísel tak, že spolu s danými čísly tvoří třináct po sobě jdoucích členů aritmetické posloupnosti. Vypočtěte diferenci d, první a třetí vložené číslo.

40. Mezi čísla -1 a 13 jsou vložena tři čísla tak, že spolu s danými čísly tvoří pět po sobě jdoucích členů aritmetické posloupnosti. Vypočtěte součet těchto pěti členů.

41. Mezi čísla -2 a 28 jsou vložena čtyři čísla tak, že spolu s danými čísly tvoří šest po sobě jdoucích členů aritmetické posloupnosti. Vypočtěte třetí vložené číslo.

42. Mezi čísla 6 a 30 je vloženo pět čísel tak, že spolu s danými čísly tvoří sedm po sobě jdoucích členů aritmetické posloupnosti. Vypočtěte prostřední vložené číslo.

43. Mezi čísla 7 a 17 jsou vložena tři čísla tak, že spolu s danými čísly tvoří pět po sobě jdoucích členů aritmetické posloupnosti. Vypočtěte součet vložených čísel.

44. Přirozená čísla dělitelná čtyřmi tvoří aritmetickou posloupnost. Vypočtěte součet těchto čísel, která leží mezi čísly 7 a 97.

45. Vypočtěte součet všech lichých čísel, která leží mezi čísly 2 a 50.

46. Vypočtěte součet všech sudých čísel, která leží mezi 77 a 93.

47. Vypočtěte součet všech čísel dělitelných 5, která leží mezi čísly 3 a 29.

48. Součin prvního a šestého členu aritmetické posloupnosti je 156, devátý člen je 60. Vypočtěte první čtyři členy této posloupnosti.

49. Délky stran pravoúhlého trojúhelníka tvoří tři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti. Delší odvěsna má délku 24 cm. Vypočtěte velikosti zbývajících stran.

50. Napište prvních pět členů geometrické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, je-li

a) $a_1 = -1, \quad a_2 = 2,$

b) $a_1 = \sqrt{3}, \quad a_2 = -2\sqrt{3},$

c) $a_1 = 16, \quad q = \frac{1}{2},$

d) $a_2 - a_1 = 15, \quad a_3 - a_2 = 60,$

e) $a_3 = 8, \quad a_6 = 64.$

51. V geometrické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ je $a_1 = 81$ a $q = \frac{2}{3}$. Vypočtěte členy a_4 a a_7.

52. V geometrické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ je $a_2 = 5$ a $a_5 = \frac{5}{8}$. Vypočtěte kvocient q a členy a_1 a a_3.

53. V geometrické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ je $a_1 = 3$ a $q = 2$. Vypočtěte součet s_5.

54. V geometrické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ je $a_3 = -9$ a $q = -3$. Vypočtěte součet s_6.

55. V geometrické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ je $a_6 = 486$ a $q = 3$. Vypočtěte součet s_4.

56. V geometrické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ je $a_5 = -8$ a $a_6 = 16$. Vypočtěte člen a_1.

57. V geometrické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ je $a_3 = -5$ a $a_6 = 40$. Vypočtěte kvocient q.

58. Mezi čísla 2 a 128 je vloženo pět čísel tak, že spolu s danými čísly tvoří sedm po sobě jdoucích členů geometrické posloupnosti. Vypočtěte prostřední z vložených čísel, součet vložených čísel a součet všech sedmi čísel.

59. Mezi čísla -1 a -81 jsou vložena tři čísla tak, že spolu s danými čísly tvoří pět po sobě jdoucích členů geometrické posloupnosti. Vypočtěte prostřední z vložených čísel.

60. Mezi čísla 2 a -64 jsou vložena čtyři čísla tak, že spolu s danými čísly tvoří šest po sobě jdoucích členů geometrické posloupnosti. Vypočtěte všech šest čísel.

61. Mezi čísla 3 a 648 jsou vložena dvě čísla tak, že spolu s danými čísly tvoří první čtyři členy geometrické posloupnosti. Vypočtěte třetí člen této posloupnosti.

62. Mezi čísla 4 a 108 jsou vložena dvě čísla tak, že spolu s danými čísly tvoří čtyři po sobě jdoucí členy geometrické posloupnosti. Vypočtěte součet vložených čísel.

63. Mezi čísla -25 a -9 je vloženo pět čísel tak, že spolu s danými čísly tvoří sedm po sobě jdoucích členů geometrické posloupnosti. Vypočtěte prostřední z vložených čísel, součet vložených čísel a součet všech sedmi čísel.

64. Rozhodněte, zda posloupnost $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ je shora omezená, zdola omezená, monotónní, je-li

a) $a_n = \frac{n+1}{n}$,
b) $a_n = \sqrt{\frac{n}{n+2}}$,
c) $a_n = \cos\frac{\pi}{2}$,
d) $a_n = \sqrt{n+1}$.

65. Rozhodněte, zda posloupnost $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ je monotónní, je-li

a) $a_n = 5n - 7$,
b) $a_n = n^2 - 3$,
c) $a_n = \log_3 n$,
d) $a_n = \frac{3}{n+2}$,
e) $a_n = -3n + 2$,
f) $a_n = -2n^2 + 5$,
g) $a_n = (\frac{1}{2})^{n-1}$,
h) $a_n = n^2 + 3n - 4$.

66. Vypočtěte a znázorněte prvních pět členů posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, je-li

a) $a_n = 2n + 5$,
b) $a_n = 2n^2 - 3$,
c) $a_n = (-1)^n - 1$,
d) $a_n = \frac{2n-3}{n+1}$,
e) $a_n = \sin\frac{n\pi}{2}$,
f) $a_n = 3^n - 5$,
g) $a_n = 1 + \frac{1}{n}$,
h) $a_n = n^2 + 3n - 4$.