

KUŽELOSEČKY

Kružnice

1. Napište rovnici kružnice k , která má střed na ose y a prochází body $A = [2, a_2]$, $B = [-4, b_2]$ ležícími na přímce $p : x - 2y - 6 = 0$.

2. Napište rovnici tečen kružnice $k : x^2 + y^2 = 10$, které se jí dotýkají v průsečících s přímkou $p : x - 2y + 5 = 0$. Vypočtete jejich odchylku.

3. Jsou dány přímky

$$a : 4x - 3y + 10 = 0,$$

$$b : 6x + py - 45 = 0,$$

$$c : 2x + y = 0.$$

a) Vypočtete číslo p tak, aby $a \parallel b$.

b) Napište rovnici přímky, která se dotýká přímek a a b a jejíž střed leží na přímce c .

4. Jsou dány body $A = [0, -2]$, $B = [6, 6]$ a přímka $p : x - 7y - 36 = 0$. Nalezněte všechny body přímky p , ze kterých je vidět body A , B pod zorným úhlem $\alpha = 90^\circ$.

Elipsa

1. Je dána elipsa, jejíž hlavní osa splývá s osou x , střed S je v počátku. Trojúhelník ADC , A hlavní vrchol, C , D vedlejší vrcholy, tvoří rovnostranný trojúhelník. Délka hlavní poloosy je 3.

a) Napište rovnici elipsy.

b) Nalezněte ohniska E , F .

c) Nalezněte $\triangle EFX$ s největším obsahem.

d) Nalezněte $\triangle EFX$ s největším obvodem.

e) Napište rovnici tečny procházející bodem $M = [2, -1]$.

2. Jsou dány body $M = [-3, 0]$, $N = [3, 0]$, přímka $p : 4x + 5(2 - \sqrt{3})y - 20 = 0$. Najděte na přímce p bod P , aby $\triangle MNP$ měl obvod 16.

3. Je dána elipsa $e : 5x^2 + 9y^2 = 45$ a bod $M = [0, -3]$. Najděte rovnice tečen procházejících bodem M a vypočtěte jejich odchylku.

4. Napište rovnice tečen elipsy $e : x^2 + 4y^2 = 36$, jejichž směrnice je 1.

5. Je dána elipsa $e : x^2 + 4y^2 = 20$. Vypočítejte souřadnice vrcholů čtverce $KLMN$ vepsaného do elipsy a určete jeho obsah.

Hyperbola

1. Napište osovou rovnici hyperboly, která má střed v počátku soustavy souřadnic, prochází bodem $M = [5, 2]$, jedna z asymptot má rovnici $2x + 3y = 0$.

2. Rozhodněte, zda rovnice $9x^2 - 4y^2 + 36x + 8y + 32 = 20$ je analytickým vyjádřením hyperboly.

3. Je dána hyperbola $x^2 - 9y^2 = 1$, bod $M = [3, 1]$.

a) Vypočtěte polohu bodu M vzhledem k hyperbole.

b) Vypočtěte základní parametry hyperboly (tj. a, b, e, E, F).

c) Napište rovnici všech přímk, které procházejí bodem M a mají s hyperbolou pouze jeden společný bod.

4. Je dána hyperbola $xy = 2$ a kružnice $x^2 + y^2 = 4$.

a) Nalezněte společné body obou křivek.

b) Napište rovnici tečen ve společných bodech a vypočtěte jejich odchylky.

Parabola

1. Parabola $(x - 3)^2 = 2p(y + 2)$ má tečnu $x + y + 2 = 0$. Vypočtěte parametr p a souřadnice bodu dotyku.

2. Napište rovnici všech přímk, které procházejí bodem $M = [0, -1]$ a mají s parabolou $x^2 - 4x + 3 = 0$ společný právě jeden bod.

3. Je dána parabola $y^2 = 12x$ a přímka $p : x - y + 5 = 0$.

- Dokažte, že přímka p nemá s danou parabolou žádný společný bod.
- Užitím diferenciálního počtu najděte na dané parabole takový bod M , jehož vzdálenost od přímky p je nejmenší.
- Ukažte, že v bodě M je tečna paraboly rovnoběžná s přímkou p .

4. Náboj je vystřelen rychlostí v pod elevačním úhlem α nad horizontální rovinou ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), nepřihlížejme k odporu vzduchu.

- Ve vhodně zvolené kartézské soustavě souřadnic napište rovnici dráhy náboje.
- Stanovte dolet náboje.
- Zjistěte maximální výšku náboje nad horizontem.

Vyšetřování množin bodů dané vlastnosti

1. Nalezněte množinu všech bodů v Gaussově rovině, pro něž poměr jejich vzdálenosti od čísel 0 a 3 je roven 2.

2. V rovině ϱ jsou dány dva různé body A, B . Nalezněte množinu všech bodů X roviny ϱ , pro něž platí:

$$\frac{|AX|}{|BX|} = k, \quad \text{kde } k \in \mathbb{R}^+ - \{1\}.$$

3. Je dána kružnice $k(S, r)$ a bod $Q \neq S$, který je bodem vnitřní oblasti kružnice k . Nalezněte množinu středů M všech tětiv kružnice k procházejících bodem Q .

4. V rovině ϱ je dána úsečka AB , $|AB| = c = 1,4$ cm. Nalezněte množinu vrcholů C všech $\triangle ABC$ v rovině ϱ , pro něž platí $\alpha \geq \beta > \gamma$.

5. Je dána přímka $p : x - 6 = 0$ a bod $A = [-2, 3]$. Popište množinu všech bodů X , pro něž platí $Xp = 3 |XA|$.