KUŽELOSEČKY

Kružnice

1. Napište rovnici kružnice k, která má střed na ose y a prochází body $A = [2, a_2]$, $B = [-4, b_2]$ ležícími na přímce $p : x - 2y - 6 = 0$.

2. Napište rovnici tečen kružnice $k : x^2 + y^2 = 10$, které se jí dotýkají v průsečících s přímkou $p : x - 2y + 5 = 0$. Vypočtěte jejich odchylku.

3. Jsou dány přímky
$a : 4x - 3y + 10 = 0$,
$b : 6x + py - 45 = 0$,
$c : 2x + y = 0$.

a) Vypočtěte číslo p tak, aby $a \parallel b$.

b) Napište rovnici přímky, která se dotýká přímek a a b a jejíž střed leží na přímce c.

4. Jsou dány body $A = [0, -2]$, $B = [6, 6]$ a přímka $p : x - 7y - 36 = 0$. Nalezněte všechny body přímky p, ze kterých je vidět body A, B pod zorným úhlem $\alpha = 90°$.

Elipsa

1. Je dána elipsa, jejíž hlavní osa splývá s osou x, střed S je v počátku. Trojúhelník ADC, A hlavní vrchol, C, D vedlejší vrcholy, tvoří rovnostranný trojúhelník. Délka hlavní poloosy je 3.

a) Napište rovnici elipsy.

b) Nalezněte ohniska E, F.

c) Nalezněte ΔEFX s největším obsahem.

d) Nalezněte ΔEFX s největším obvodem.

e) Napište rovnici tečny procházející bodem $M = [2, -1]$.

2. Jsou dány body $M = [-3, 0]$, $N = [3, 0]$, přímka $p : 4x + 5(2 - \sqrt{3})y - 20 = 0$. Najděte na přímce p bod P, aby ΔMNP měl obvod 16.

3. Je dána elipsa $e : 5x^2 + 9y^2 = 45$ a bod $M = [0, -3]$. Najděte rovnice tečen procházejících bodem M a vypočtěte jejich odchylku.

4. Napište rovnice tečen elipsy $e : x^2 + 4y^2 = 36$, jejichž směrnice je 1.

5. Je dána elipsa $e : x^2 + 4y^2 = 20$. Vypočítejte souřadnice vrcholů čtverce $KLMN$ vepsaného do elipsy a určete jeho obsah.

Hyperbola

1. Napište osovou rovnici hyperboly, která má střed v počátku soustavy souřadnic, prochází bodem $M = [5, 2]$, jedna z asymptot má rovnici $2x + 3y = 0$.

2. Rozhodněte, zda rovnice $9x^2 - 4y^2 + 36x + 8y + 32 = 20$ je analytickým vyjádřením hyperboly.

3. Je dána hyperbola $x^2 - 9y^2 = 1$, bod $M = [3, 1]$.

a) Vypočtěte polohu bodu M vzhledem k hyperbole.

b) Vypočtěte základní parametry hyperboly (tj. a, b, e, E, F).

c) Napište rovnici všech přímek, které procházejí bodem M a mají s hyperbolou pouze jeden společný bod.

4. Je dána hyperbola $xy = 2$ a kružnice $x^2 + y^2 = 4$.

a) Nalezněte společné body obou křivek.

b) Napište rovnici tečen ve společných bodech a vypočtěte jejich odchylky.

Parabola

1. Parabola $(x - 3)^2 = 2p(y + 2)$ má tečnu $x + y + 2 = 0$. Vypočtěte parametr p a souřadnice bodu dotyku.

2. Napište rovnici všech přímek, které procházejí bodem $M = [0, -1]$ a mají s parabolou $x^2 - 4x + 3 = 0$ společný právě jeden bod.

3. Je dána parabola $y^2 = 12x$ a přímka $p : x - y + 5 = 0$.

a) Dokažte, že přímka p nemá s danou parabolou žádný společný bod.

b) Užitím diferenciálního počtu najděte na dané parabole takový bod M, jehož vzdálenost od přímky p je nejmenší.

c) Ukažte, že v bodě M je tečna paraboly rovnoběžná s přímkou p.

4. Náboj je vystřelen rychlostí v pod elevačním úhelem α nad horizontální rovinou ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), nepřihlížejme k odporu vzduchu.

a) Ve vhodně zvolené kartézské soustavě souřadnic napište rovnici dráhy náboje.

b) Stanovte dolet náboje.

c) Zjistěte maximální výšku náboje nad horizontem.

Vyšetřování množin bodů dané vlastnosti

1. Nalezněte množinu všech bodů v Gaussově rovině, pro něž poměr jejich vzdálenosti od čísel 0 a 3 je roven 2.

2. V rovině ϱ jsou dány dva různé body A, B. Nalezněte množinu všech bodů X roviny ϱ, pro něž platí:

$$\frac{|\, AX \,|}{|\, BX \,|} = k, \quad \text{kde} \quad k \in \mathbb{R}^+ - \{1\}\,.$$

3. Je dána kružnice $k(S, r)$ a bod $Q \neq S$, který je bodem vnitřní oblasti kružnice k. Nalezněte množinu středů M všech tětiv kružnice k procházejících bodem Q.

4. V rovině ϱ je dána úsečka AB, $|\, AB \,| = c = 1,4$ cm. Nalezněte množinu vrcholů C všech ΔABC v rovině ϱ, pro něž platí $\alpha \geq \beta > \gamma$.

5. Je dána přímka $p : x - 6 = 0$ a bod $A = [-2, 3]$. Popište množinu všech bodů X, pro něž platí $Xp = 3 \,|\, XA \,|$.