

KOMBINATORIKA

1. Kolik přirozených čísel menších než 5000 lze vytvořit z číslic 0, 3, 4, 5, jestliže se žádná číslice nesmí opakovat?

2. Určete počet prvků $n \geq 3$, z nichž lze vytvořit

a) pětkrát více uspořádaných trojic než uspořádaných dvojic, jestliže v žádné trojici ani dvojici se žádný prvek neopakuje,

b) 272 uspořádaných dvojic, ve kterých se žádný prvek nevyskytuje dvakrát.

3. Zjistěte počet všech sudých přirozených čtyřciferných čísel, které lze utvořit z číslic 1, 5, 6, 8, 9 v případě, že

a) číslice se nesmějí opakovat,

b) číslice se mohou opakovat.

4. Při výrobě určité součástky je třeba provést 4 operace A, B, C, D, pro které platí tyto podmínky

a) B nesmí být první a A nesmí být poslední,

b) C nesmí být provedena před D.

Kolik různých způsobů výroby lze navrhnout?

5. Kolika způsoby je možné umístit 9 brigádníků na 3 pracoviště, jestliže na prvním pracovišti jsou 4, na druhém 3 a na třetím 2.

6. Je dáno 10 různých bodů. Zjistěte, kolik rovin tyto body určují, jestliže

a) žádné čtyři body neleží v téže rovině,

b) právě šest bodů leží v téže rovině a kromě nich žádné další čtyři body neleží v jedné rovině,

Zjistěte, kolik přímek tyto body určují, jestliže

a) žádné tři body neleží v téže přímce,

b) čtyři body leží v jedné přímce, jiné tři body již neleží v jedné přímce.

7. Je dáno devět různých rovin, z nichž právě tři procházejí jedinou přímkou p a právě tři jsou navzájem rovnoběžné a protínají přímkou p . Zjistěte počet průsečnic daných rovin.

8. Kolika způsoby lze ze 7 mužů a 5 žen vybrat čtyřčlennou skupinu, jestliže

- a) nejsou žádné omezující podmínky,
- b) právě dvě ženy jsou ve skupině,
- c) ve skupině jsou nejvýše dvě ženy.

9. Vypočtete počet vojáků strážního oddílu, víte-li, že z něho můžete vybrat 210 různých čtyřčlenných hlídek.

10. Existují čtyři krevní skupiny A, B, AB, O. Určete počet všech možných rozdělení 10 osob podle krevních skupin, která se liší tím, kolik osob má danou krevní skupinu.

11. Kolik různých částek můžeme zaplatit, máme-li k dispozici bankovky v hodnotách 100, 500, 2000 a 5000 Kč a platíme-li jednou, dvěma nebo třema bankovkami?

12. Kolika způsoby je možno ubytovat 10 hostů

- a) v jednom čtyřlůžkovém pokoji a dvou třílůžkových pokojích,
- b) ve dvou třílůžkových a dvou dvoulůžkových pokojích?

13. Množina M má n prvků. Stanovte počet všech různých podmnožin množiny M .

14. Kolika způsoby lze rozmístit osm věží na šachovnici, aby se vzájemně neohrožovaly?

15. Určete počet všech úhlopříček v konvexním n -úhelníku.

16. Kolika způsoby lze postavit do řady na polici 10 různých knih českých a 5 anglických tak, že nejprve budou české knihy a vedle pak nich anglické?

17. Ve skupině je 20 dětí, každé dvě děti mají jiné jméno. Je mezi nimi i Alena a Jana. Kolika způsoby lze vybrat osm dětí tak, aby mezi vybranými

- a) byla Alena,
- b) nebyla Alena,
- c) byla Alena a Jana,
- d) byla alespoň jedna z uvedených dívek,
- e) byla nejvýše jedna z uvedených dívek,
- f) nebyla ani jedna z uvedených dívek?

18. Kolik značek Morseovy abecedy lze sestavit z teček a čárek, vytváříme-li skupiny o jednom až čtyřech prvcích?

19. Do tanečních přišlo 32 chlapců a 34 dívek. Kolik různých tanečních párů mohou vytvořit. Za předpokladu, že první pár je zadán, každý pár spolu tančí jednu minutu a další výměna trvá 5 sekund, vypočítejte, jak dlouho by musel trvat taneční večer, aby se všichni v párech vystřídali.

20. Je dána soustava souřadnic v rovině s uzlovými body, jejichž souřadnice jsou přirozená čísla. Zjistěte počet všech cest z bodu $A[1, 1]$ do bodu $B[6, 5]$, jestliže se pohyb může konat jen v kladném směru osy x nebo y a směr pohybu se může změnit jen v uzlových bodech.

21. V cukrárně mají čokoládovou zmrzlinu a ještě dalších šest druhů. Dáša se rozhodla, že si koupí tři kopečky. Kolik má možností výběru, jestliže

- a) si neklade žádné omezující podmínky,
- b) nechce, aby všechny kopečky byly stejného druhu,
- c) každý kopeček musí být jiného druhu,
- d) chce si koupit alespoň jeden kopeček čokoládové zmrzliny?

22. Zástupce ředitele školy připravuje rozvrh třídy, která má mít v určitý den tyto předměty: čeština, angličtina, matematika, cvičení z matematiky, fyzika a tělesná výchova. Vypočtete počet možných rozvrhů třídy pro tento den, které se liší pořadím uvedených předmětů, jestliže každý předmět se vyučuje právě jednu hodinu a přitom

- a) pořadí předmětů může být libovolné,
- b) tělesná výchova musí být třetí vyučovací hodinu,
- c) cvičení z matematiky nesmí být před matematikou,
- d) cvičení z matematiky musí být ihned po matematice,
- e) mezi matematikou a cvičením z matematiky nesmí být žádný předmět,
- f) matematika musí být nejpozději čtvrtou vyučovací hodinu.

23. Skupina dětí má nastoupit do řady. Počet možností, kdy v řadě mezi žádnými dvěma dívkami není žádný chlapec, je o 25% větší než počet možností, kdy v řadě mezi žádnými dvěma chlapci není žádná dívka. Počet dívek je o 1 menší než počet chlapců. Stanovte počet dívek.