

KOMPLEXNÍ ČÍSLA

1. V Gaussově rovině zakreslete komplexní čísla z a \bar{z} , kde

a) $z = -2 + i$,

b) $z = (5 + 3i) + (2 + 4i)$,

c) $z = (11 - 7i) - (1 - 2i)$,

d) $z = 5 - 3i + 2 - i$,

e) $z = i^3$,

f) $z = 1 + i$,

g) $z = 1 - i$,

h) $z = 5(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$,

ch) $z = 2(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})$,

i) $z = 3i(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4})$.

2. V algebraickém a goniometrickém tvaru vyjádřete komplexní číslo

a) $z = -2 + i + \overline{(3 + 4i)}$,

b) $z = (3 - i)^2(4 + 2i)$,

c) $z = \frac{11-7i}{1-2i}$,

d) $z = \frac{11+7i}{5-3i} + 2 - i$,

e) $z = \frac{1+i^9}{1+i^3}$,

f) $z = \frac{2+4i^7}{1+i^8}$,

g) $z = \frac{2}{1+i^7}$,

h) $z = \frac{5+5i}{1+3i} - 1 + 2i$,

ch) $z = 3 + i - \frac{4+2i}{1-i} + (5-i)\overline{(-2+i)}$,

i) $z = (1 + i^9) + (3 - i^6) - (2 + 7i^7)(2 - i^{-3})$,

j) $z = 2(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}) \cdot (\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4})$,

k) $z = \frac{2(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})}{6(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})}$,

l) $z = 2(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})^3 \cdot 6(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3})^2$.

3. Vyjádřete komplexní číslo z^{-1} v algebraickém a goniometrickém tvaru, je-li

a) $z = \frac{1+2i}{7+4i}$,

b) $z = \frac{2-i}{1+i}$,

c) $z = \frac{1-2i}{11-7i}$,

d) $z = \frac{1+3i}{i-2}$.

4. Vyjádřete v algebraickém tvaru číslo komplexně sdružené k číslu

a) $z = \frac{7+4i}{3-2i}$,

b) $z = \frac{1+i}{1-2i}$,

c) $z = \frac{11-7i}{1-2i}$,

d) $z = 2 + 3i + \frac{11-7i}{5+3i}$,

e) $z = (2-i)^2 + 1 + 2i$,

f) $z = (1+2i)(5-3i) + 7 - 6i$.

5. Vypočtěte reálnou a imaginární část komplexního čísla z , je-li

a) $z = \frac{7-4i}{1-2i}$,

b) $z = \frac{11-7i}{1-2i}$,

c) $z = \frac{-i}{1+i}$,

d) $z = (2+3i)^2 + \frac{11-7i}{5+3i} - 3$,

e) $z = (1+2i)(5-3i)$,

f) $z = (3-2i)^2 - \overline{(2+10i)}$.

6. Vypočtěte velikost (normu) komplexního čísla z , je-li

a) $z = \frac{7-i}{4+3i}$,

b) $z = \frac{3+i}{1-3i}$,

c) $z = \frac{2+i}{3-i}$,

d) $z = 3 + i + (1-2i)^2$,

e) $z = (2-3i)^2 - (-1+2i) - 28 - 3i$,

f) $z = -\overline{(2+10i)}$.

7. Řešte následující rovnice s neznámou z :

a) $(1 - i)(3 - \overline{iz}) = 4 + 3i$,

b) $5iz = (4 - i)(z + 2i)$,

c) $z^2 + 8 + 6i = 0$,

d) $z^2 + 45 - 28i = 0$,

e) $z^2 + 2iz + 8 = 0$,

f) $z^2 - 4iz - 20 = 0$,

g) $z^2 - 2z + 10 = 0$,

h) $z^2 - (4 + 6i)z + 11 + 12i = 0$.

8. Vypočtěte druhou a třetí odmocninu komplexního čísla

a) $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$,

b) $z = -1$,

c) $z = 81$,

d) $z = -8 + 8i\sqrt{3}$,

e) $z = 1 + i$,

f) $z = i - 1$,

g) $z = 9i$,

h) $z = 4 - 4i$.

9. Pomocí Moivreovy věty vypočtěte komplexní číslo z , je-li

a) $z = (\sqrt{2} + i\sqrt{3})^5$,

b) $z = (2 - i)^3$,

c) $z = (1 + i)^8$,

d) $z = (5 + 12i)^3$,

e) $z = \sqrt{2 - 2i}$,

f) $z^3 = 5(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$,

g) $z^2 = 2(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})$,

h) $z^4 = \cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4}$.