

## KOMPLEXNÍ ČÍSLA

1. V Gaussově rovině zakreslete komplexní čísla  $z$  a  $\bar{z}$ , kde

a)  $z = -2 + i$ ,

b)  $z = (5 + 3i) + (2 + 4i)$ ,

c)  $z = (11 - 7i) - (1 - 2i)$ ,

d)  $z = 5 - 3i + 2 - i$ ,

e)  $z = i^3$ ,

f)  $z = 1 + i$ ,

g)  $z = 1 - i$ ,

h)  $z = 5(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$ ,

ch)  $z = 2(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})$ ,

i)  $z = 3i(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4})$ .

2. V algebraickém a goniometrickém tvaru vyjádřete komplexní číslo

a)  $z = -2 + i + \overline{(3 + 4i)}$ ,

b)  $z = (3 - i)^2(4 + 2i)$ ,

c)  $z = \frac{11-7i}{1-2i}$ ,

d)  $z = \frac{11+7i}{5-3i} + 2 - i$ ,

e)  $z = \frac{1+i^9}{1+i^3}$ ,

f)  $z = \frac{2+4i^7}{1+i^8}$ ,

g)  $z = \frac{2}{1+i^7}$ ,

h)  $z = \frac{5+5i}{1+3i} - 1 + 2i$ ,

ch)  $z = 3 + i - \frac{4+2i}{1-i} + (5 - i)\overline{(-2 + i)}$ ,

i)  $z = (1 + i^9) + (3 - i^6) - (2 + 7i^7)(2 - i^{-3})$ ,

j)  $z = 2(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}) \cdot (\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4})$ ,

k)  $z = \frac{2(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})}{6(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})}$ ,

l)  $z = 2(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})^3 \cdot 6(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3})^2$ .

**3. Vyjádřete komplexní číslo  $z^{-1}$  v algebraickém a goniometrickém tvaru, je-li**

a)  $z = \frac{1+2i}{7+4i}$ ,

b)  $z = \frac{2-i}{1+i}$ ,

c)  $z = \frac{1-2i}{11-7i}$ ,

d)  $z = \frac{1+3i}{i-2}$ .

**4. Vyjádřete v algebraickém tvaru číslo komplexně sdružené k číslu**

a)  $z = \frac{7+4i}{3-2i}$ ,

b)  $z = \frac{1+i}{1-2i}$ ,

c)  $z = \frac{11-7i}{1-2i}$ ,

d)  $z = 2 + 3i + \frac{11-7i}{5+3i}$ ,

e)  $z = (2-i)^2 + 1 + 2i$ ,

f)  $z = (1+2i)(5-3i) + 7 - 6i$ .

**5. Vypočtěte reálnou a imaginární část komplexního čísla  $z$ , je-li**

a)  $z = \frac{7-4i}{1-2i}$ ,

b)  $z = \frac{11-7i}{1-2i}$ ,

c)  $z = \frac{-i}{1+i}$ ,

d)  $z = (2+3i)^2 + \frac{11-7i}{5+3i} - 3$ ,

e)  $z = (1+2i)(5-3i)$ ,

f)  $z = (3-2i)^2 - \overline{(2+10i)}$ .

**6. Vypočtěte velikost (normu) komplexního čísla  $z$ , je-li**

a)  $z = \frac{7-i}{4+3i}$ ,

b)  $z = \frac{3+i}{1-3i}$ ,

c)  $z = \frac{2+i}{3-i}$ ,

d)  $z = 3 + i + (1-2i)^2$ ,

e)  $z = (2-3i)^2 - (-1+2i) - 28 - 3i$ ,

f)  $z = -\overline{(2+10i)}$ .

**7. Řešte následující rovnice s neznámou  $z$ :**

a)  $(1 - i)(3 - \overline{iz}) = 4 + 3i$ ,

b)  $5iz = (4 - i)(z + 2i)$ ,

c)  $z^2 + 8 + 6i = 0$ ,

d)  $z^2 + 45 - 28i = 0$ ,

e)  $z^2 + 2iz + 8 = 0$ ,

f)  $z^2 - 4iz - 20 = 0$ ,

g)  $z^2 - 2z + 10 = 0$ ,

h)  $z^2 - (4 + 6i)z + 11 + 12i = 0$ .

**8. Vypočtěte druhou a třetí odmocninu komplexního čísla**

a)  $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ,

b)  $z = -1$ ,

c)  $z = 81$ ,

d)  $z = -8 + 8i\sqrt{3}$ ,

e)  $z = 1 + i$ ,

f)  $z = i - 1$ ,

g)  $z = 9i$ ,

h)  $z = 4 - 4i$ .

**9. Pomocí Moivreovy věty vypočtěte komplexní číslo  $z$ , je-li**

a)  $z = (\sqrt{2} + i\sqrt{3})^5$ ,

b)  $z = (2 - i)^3$ ,

c)  $z = (1 + i)^8$ ,

d)  $z = (5 + 12i)^3$ ,

e)  $z = \sqrt{2 - 2i}$ ,

f)  $z^3 = 5(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$ ,

g)  $z^2 = 2(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})$ ,

h)  $z^4 = \cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4}$ .