

## FUNKCE

### 1. Najděte definiční obor funkce

a)  $y = \frac{x^2}{x+1}$ ,

b)  $y = \ln(x+3)$ ,

c)  $y = \sqrt{5-2x}$ ,

d)  $y = \sqrt{3x-x^3}$ ,

e)  $y = \ln \frac{3x-x^2}{x-1}$ ,

f)  $y = \sqrt[3]{\frac{x+2}{\ln \cos x}}$ ,

g)  $y = \sqrt{\sin x} + \sqrt{16-x^2}$ ,

h)  $y = \ln \frac{x-5}{x^2-10x+24} - \sqrt[3]{x+5}$ ,

ch)  $y = \sqrt{\frac{x-2}{x+2}} + \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$ ,

i)  $y = \frac{1}{\ln(1-x)} + \sqrt{x+2}$ ,

j)  $y = \log[1 - \log(x^2 - 5x + 16)]$ ,

k)  $y = \sqrt{\sin \sqrt{x}}$ ,

l)  $y = \log_2 \log_3 \log_4 x$ ,

m)  $y = \ln \sin(x-3) + \sqrt{36-x^2}$ ,

n)  $y = \sqrt{x^2-3x+2} + \frac{1}{\sqrt{3+2x-x^2}}$ ,

o)  $y = \sqrt{\cos x^2}$ ,

p)  $y = \sqrt[4]{\ln \operatorname{tg} x}$ .

### 2. Najděte obor hodnot funkce

a)  $y = \sqrt{2+x-x^2}$ ,

b)  $y = \ln(1-2\cos x)$ ,

c)  $y = -2x^2 + x + 1$ ,

d)  $y = |x-1| \quad x \in \langle 0, 5 \rangle$ ,

e)  $y = \frac{x^2+4}{x} \quad \langle -\infty, 0 \rangle$ ,

f)  $y = \frac{2x}{x^2+9}$ ,

g)  $y = \sqrt{x(4-x)}$ ,

h)  $y = \frac{x^2+2x-2}{x^2-x+1}$ ,

ch)  $y = \log_3(5+4x-x^2)$ ,

- i)  $y = 1 - 2 \cos 3x$ ,
- j)  $y = 2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ ,
- k)  $y = \frac{4+x}{x-1}$ ,
- l)  $y = \frac{\pi x}{2}$ .

### 3. Najděte inverzní funkci k funkci

- a)  $y = x^2 - 2x$ ,  $x \in (-\infty, 1)$ ,
- b)  $y = \frac{1-x}{1+x}$ ,  $x \neq 1$ ,
- c)  $y = 2 \sin 3x$ ,  $x \in \langle -\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6} \rangle$ ,
- d)  $y = 2 \sin 3x$ ,  $x \in \langle \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2} \rangle$ ,
- e)  $y = \cot x$ ,  $x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ ,
- f)  $y = x^2$ ,  $x \in \langle 1, 4 \rangle$ ,
- g)  $y = 2^x$ ,  $x \in \langle 4, \infty \rangle$ ,
- h)  $y = |x - 1|$ ,  $x \in \langle -1; 0, 5 \rangle$ ,
- ch)  $y = 2x + 3$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,
- i)  $y = 10^{x+1}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,
- j)  $y = 1 + \log(x + 2)$ ,  $x \in (-2, \infty)$ ,
- k)  $y = 3 \cos \frac{\pi}{2}$ ,  $x \in \langle -\pi, \pi \rangle$ .

### 4. Rozhodněte, které z následujících funkcí jsou sudé a které liché:

- a)  $y = 3x - x^3$ ,
- b)  $y = x^4 - 2x^2$ ,
- c)  $y = \ln \frac{1-x}{1+x}$ ,
- d)  $y = \sin x - \cos x$ ,
- e)  $y = 2^{-x^2}$ ,
- f)  $y = \sqrt{x-2} + \sqrt{x+2}$ ,
- g)  $y = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$ ,
- h)  $y = \frac{2^x + 2^{-x}}{3^x - 3^{-x}}$ ,
- ch)  $y = 2^x + 2^{-x}$ ,
- i)  $y = \sin x \cdot \cos x$ ,
- j)  $y = \sin |x|$ ,
- k)  $y = \frac{1}{x+1}$ .

**5. Určete, které z následujících funkcí jsou periodické a najděte jejich periody:**

- a)  $y = 4 \sin \pi x$ ,
- b)  $y = 3 \sin 2x + 2 \cos 3x$ ,
- c)  $y = \sin |x|$ ,
- d)  $y = \cos x^2$ ,
- e)  $y = \sin^2 x$ ,
- f)  $y = x^2 + 3x - 5$ ,
- g)  $y = |\cos x|$ ,
- h)  $y = 2 \sin x \cos x$ ,
- ch)  $y = \sqrt{\operatorname{tg} x}$ ,
- i)  $y = -\cos \frac{x-1}{2}$ ,
- j)  $y = \sin^4 x + \cos^4 x$ ,
- k)  $y = \sin \cos x$ ,
- l)  $y = \cos 2x \cos 6x$ ,
- m)  $y = \sin x + \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{3} \sin 3x$ ,
- n)  $y = \sin \frac{2x+3}{6\pi}$ ,
- o)  $y = 8 \sin \frac{9x}{8} + 2 \cos \frac{3x}{2}$ .

**6. Načrtněte grafy následujících funkcí:**

- a)  $y = 2x + 2$ ,
- b)  $y = -2$ ,
- c)  $y = |x + 2| - 3$ ,
- d)  $y = |x + 1| - 2|x|$ ,
- e)  $y = \sqrt{x^2}$ ,
- f)  $y = (x + 1)^2 - (x - 2)^2$ ,
- g)  $y = \frac{x^2}{x-2}$ ,
- h)  $y = 3 + \sqrt{x}$ ,
- ch)  $y = (x - 2)^2 + 3$ ,
- i)  $y = -(x + 1)^2$ ,
- j)  $y = x^2 + 3|x| + 1$ ,
- k)  $y = |(x + 1)^2 + 1|$ ,
- l)  $y = -(x + 2)^2 + 3$ ,
- m)  $y = x^2 + 2x$ ,

n)  $y = \frac{3}{x+3} - 2,$

o)  $y = \frac{x-2}{x-1},$

p)  $y = \frac{2x+2}{x+3},$

q)  $y = \left| \frac{2}{x+1} \right|,$

r)  $y = \frac{1}{|x|-3},$

s)  $y = \left| \frac{3}{x-3} + 2 \right|,$

t)  $y = \frac{1}{(x-2)^2} - 1,$

u)  $y = (x+1)^4,$

v)  $y = 1 + \sqrt{x-4},$

w)  $y = (x-2)^{-2} + 3.$

### 7. Načrtněte grafy funkcí

a)  $y = 3 \cos 3x \quad x \in \langle -2\pi, 2\pi \rangle,$

b)  $y = |\sin 2x|,$

c)  $y = \sin x + |\sin x|,$

d)  $y = 3 - \frac{1}{3} \cos \frac{x}{3},$

e)  $y = \operatorname{tg}(3x - 2),$

f)  $y = \sin x \cdot \cos x,$

g)  $y = 3^{|x|},$

h)  $y = 2^{|x|} - 4,$

ch)  $y = 3\left(\frac{1}{3}\right)^x - 5,$

i)  $y = \ln(x - 3),$

j)  $y = \ln|x - 3|,$

k)  $y = \log_{\frac{1}{2}}(2x + 1),$

l)  $y = |\log(x + 4)|.$