

Pozorně si přečtete zadání, zejména nad kterým tělesem se počítá. Test odevzdávejte i se zadáním. Můžete používat jakékoliv zdroje, kromě pomoci ostatních studentů. U příkladů pište postup.

Maximum je 15 bodů. K výsledku se přičte polovina z bodů za domácí úkoly (6-7, tj. max. 4 body). Celkově je třeba alespoň 11 bodů.

**Příklad 1.** (5 bodů) V závislosti na parametrech  $a, b, c, d, e, f, g \in \mathbb{Q}$  spočítejte determinant

$$\begin{vmatrix} 4 & 4 & -2 & 0 & g \\ b & 2d+3 & 5 & c & 2 \\ e & a & 12 & 0 & 0 \\ b & 3 & 5 & c & 2 \\ 0 & 6 & f & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

**Příklad 2.** Necht

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 5 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

je matice nad tělesem  $\mathbb{Z}_7$ .

- (i) (3b) Určete matici  $A^{ad}$  adjungovanou k  $A$ .
- (ii) (2b) Pomocí předchozího výsledku určete  $A^{-1}$  (pokud existuje).

**Příklad 3.** (5 bodů) Určete matici homomorfismu  $f : U \rightarrow V$  vzhledem k bázím  $B$  a  $C$ , kde

$$U = \mathbb{Z}_5^3, \quad B = \{(2, 4, 1), (1, 4, 0), (3, 3, 0)\}$$

$$V = \langle (1, 2, 3), (3, 1, 0) \rangle \leq \mathbb{Z}_5^3, \quad C = \{(2, 4, 1), (1, 2, 1)\}$$

$$f(x, y, z) = (3x + 4y + z, x + 3y + 2z, 3y + 3z)$$

(To, že  $C$  je skutečně bází  $V$  a že  $f$  je korektně definován, ověřovat nemusíte.)