Domácí úkol č. 11 k přednášce NALG 001: Lineární algebra a geometrie 1, zimní semestr 2012–2013

Datum odevzdání 3.1.2013

(11.1) O endomorfismu f prostoru $\mathbb{Z}_2^4$ víme následující informace:

$$f \circ f = f, \quad f\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad f\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} .$$

Určete $f((x_1, x_2, x_3, x_4)^T)$.

(11.2) V je vektorový prostor dimenze n a B,C jsou jeho báze. Dále A je matice f vzhledem k B a B, X je matice přechodu od B k C. Vyjádřete matici endomorfismu

$$f^k = \underbrace{f \circ f \circ \ldots \circ f}_{k\times}$$

vzhledem k bázím C a C pomocí matic A a X.

(11.3) Matice endomorfismu f prostoru $\mathbb{R}^2$ vzhledem ke kanonickým bázím je

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} .$$

- Najděte nějakou bázi B prostoru $\mathbb{R}^2$, aby $[f]_B^B$ byla diagonální matice.
- Najděte n-tou mocninu matice A (kde n je přirozené číslo).

Poznámka: V druhé části využijte výsledek první části a předchozí příklad.