Domácí úkol č. 4 k přednášce NMAG 102: Lineární algebra a geometrie 2, letní semestr 2015–2016

(4.1) Nechť $\mathbf{T}$ je těleso, $a \in T$ a A je čtvercová matice řádu n nad tělesem $\mathbf{T}$ taková, že součet prvků v každém sloupci je roven a. Dokažte, že pak a je vlastním číslem matice A.

Nápověda: Řešte nejprve pro $a = 0$. Nahlédněte, co podmínka říká o řešení homogenní soustavy $A^T\mathbf{x} = \mathbf{o}$. Obecný případ můžete převést na případ $a = 0$.

(4.2) Najděte nějakou reálnou čtvercovou matici A řádu 3, která současně splňuje následující dvě podmínky.

- A má vlastní číslo -2 a vlastní vektory příslušné tomuto vlastnímu číslu tvoří podprostor

$$\{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : x + 2y + z = 0\}$$

- A má vlastní číslo 4 a $(1, 0, 1)^T$ je vlastní vektor příslušný tomuto vlastnímu číslu.

Nápověda: Najděte matici operátoru f_A vzhledem ke vhodné bázi, a pak převeďte do kanonické.