# **Domácí úkol č. 12** k přednášce NMAG 101: Lineární algebra a geometrie 1, zimní semestr 2013–2014

Datum odevzdání 9.1.2014 16:00

**(12.1)** Nad reálnými čísly lze Cauchyho-Schwarzovu nerovnost dokázat také následujícím způsobem: Výraz $\|\mathbf{u}+t\mathbf{v}\|^2$ definuje kvadratickou funkci. Protože musí být nezáporná, její diskriminant je nekladný a to dává nerovnost. Doplňte detaily.

**(12.2)** V $\mathbb{R}^3$ uvažujme rovinu

$$W = \langle (1,2,3),(1,1,1)\rangle \quad .$$

Najděte všechny vektory $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$, které splňují

$$\langle \mathbf{v}_W \rangle = \left\langle (2,3,4)^T \right\rangle , \quad \|\mathbf{v}\| = 5 \text{ a } \|\mathbf{v}_{W^\perp}\| = 3 \ .$$

**Bonusový problém:** Zobrazení $g : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ splňuje $g(\mathbf{u})^T g(\mathbf{v}) = \mathbf{u}^T\mathbf{v}$ pro libovolné $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$. Ukažte, že existuje matice $A$ taková, že $g = f_A$.