

Domácí úkol č. 12 k přednášce NMAG 102: Lineární algebra a geometrie 2, letní semestr 2016–2017

(12.1) Necht \mathbf{A} je afinní prostor nad \mathbf{T} dimenze alespoň 1, a_1, \dots, a_k jsou body a $\lambda_1, \dots, \lambda_k \in T$ skaláry. Dokažte, že pokud vektor \mathbf{x} o souřadnicích $[\mathbf{x}]_S = \lambda_1[a_1]_S + \dots + \lambda_k[a_k]_S$ nezávisí na volbě soustavy souřadnic S , pak $\lambda_1 + \dots + \lambda_k = 0$.

Nápověda: Použijte dvě různé soustavy souřadnic S, R , které se liší pouze počátkem.

(12.2) V aritmetickém afinním prostoru \mathbb{Z}_5^3 najděte všechny příčky přímek P a Q procházející bodem c . (Příčka přímek P a Q je přímka, která má neprázdný průnik s P i Q .)

$$P = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \text{LO} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}, \quad Q = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \text{LO} \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad c = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Nápověda: Uvědomte si, že průnik hledané příčky s přímkou Q leží v rovině obsahující P a c . (Situaci si lze dobře představit nad \mathbb{R} .)

Bonusový problém: Uvažujme tři body a_1, a_2, a_3 v afinním eukleidovském prostoru \mathbb{R}^2 se standardním skalárním součinem, které neleží na jedné přímce. Najděte barycentrické souřadnice

- (a) průsečíku výšek trojúhelníku $a_1a_2a_3$
- (b) středu kružnice vepsané trojúhelníku $a_1a_2a_3$

v barycentrické soustavě souřadnic (a_1, a_2, a_3) . Barycentrické souřadnice vyjádřete pomocí daných bodů a_1, a_2, a_3 , odčítání, skalárního součinu a normy.