

## Další rovnice převoditelné na separované proměnné

**Příklad 7.** Řešte rovnici  $y' = \sin(x + y)$ .

*Řešení.* Substitucí  $z = x + y$  dostaneme

$$z' = y' + 1 = \sin z + 1,$$

což je rovnice se separovanými proměnnými. Tato rovnice má stacionární řešení  $z = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$  a na intervalech mezi těmito nulovými body pravé strany můžeme rovnici vydělit  $\sin z + 1$  a zintegrovat na

$$\frac{\cos z}{\sin z + 1} = x + c. \quad (8)$$

Protože funkce na levé straně zobrazuje každý z intervalů  $(2k\pi - \pi/2, 2k\pi + 3\pi/2)$  monotónně na  $\mathbb{R}$ , dává nám rovnost (8) implicitně definovanou funkci  $z$  s definičním oborem  $\mathbb{R}$ . Tato řešení jsou jistě maximální a protože vyplní celou rovinu, tak z věty o jednoznačnosti plyne, že jsou všechna. Po odsubstituování máme všechna maximální řešení původní rovnice daná implicitním vztahem

$$\frac{\cos(x + y)}{\sin(x + y) + 1} = x + c \quad x \in \mathbb{R}.$$