

**Řešte úlohy na Pontrjaginův princip maxima.**

**21.** Závaží na pružině se řídí rovnicí  $x'' + x = u$ . Najděte sílu  $u : [0, +\infty) \rightarrow [-1, 1]$  takovou, že  $x = x' = 0$  nastane v nejkratším čase.

**22.** Policejní vůz se řídí rovnicí  $x' = u$ ,  $x(0) = 0$ . Určete tah motoru  $u : [0, T] \rightarrow \mathbb{R}$  tak, aby  $P[u(\cdot)] = -\int_0^T (x(t) - z(t))^2 + \alpha u^2(t) dt$  bylo maximální. Čas  $T > 0$ , konstanta  $\alpha > 0$  a trajektorie zločince  $z(t)$  je dána. – Řešte obecně a pak pro případ (i)  $z(t) = 1$ , (ii)  $z(t) = t$  a (iii)  $z(t) = \cos t$ ,  $\alpha = 1$ ,  $T = 2\pi$ .

**23.** Je dána rovnice  $x' = x + u$ . Určete  $u : [0, T] \rightarrow \mathbb{R}$  tak, aby  $P[u(\cdot)] = -\int_0^T x^2(t) + u^2(t) dt$  bylo maximální. \* Hledejte regulaci ve tvaru zpětné vazby, tj. odvoďte rovnici pro  $c$ , kde  $u(t) = a(t)x(t)$ .

**24.** Maximalizujte  $P[u(\cdot)] = \int_0^2 2x(t) - 3u(t) dt$ , kde  $x' = x + u$ ,  $x(0) = 4$  a  $u : [0, T] \rightarrow [0, 2]$ .

**25.** Maximalizujte  $P[u(\cdot)] = \int_0^4 3x(t) dt$ , kde  $x' = x + u$ ,  $x(0) = 5$  a  $u : [0, T] \rightarrow [0, 2]$ .

**26.** Maximalizujte  $P[u(\cdot)] = \int_0^2 x(t) - u^2(t) dt$ , kde  $x' = u$ ,  $x(0) = 0$  a  $u : [0, T] \rightarrow \mathbb{R}$ .

**27.** Maximalizujte  $P[u(\cdot)] = -\frac{1}{2} \int_0^1 x^2(t) + u^2(t) dt$ , kde  $x' = u - x$ ,  $x(0) = 1$  a  $u : [0, T] \rightarrow \mathbb{R}$ .