Určete abscisu konvergence a nalezněte Laplaceovu transformaci daných funkcí.

1. $f(t) = 1$ pro $t \in (0, a)$ a $f(t) = 0$ jinde.

2. $f(t) = \max\{1 - t, 0\}$.

3. $f(t) = \max\{1 - t^2, 0\}$.

4. Dokažte části 1 a 2 Věty 1.

5. Dokažte vzorečky z Věty 2.

6. $f(t) = \sinh at$.

7. $f(t) = \cosh at$.

8. $f(t) = \sin^4 t + \cos^4 t$.

9. $f(t) = t^2 \sin^2 t$.

10. Nechť $f(t)/t \in L^1_+$. Potom též $f(t) \in L^1_+$ a platí $\mathscr{L}\big[f(t)/t\big](p) = \int_p^\infty F(s)ds$ pro $p \in (c_f, +\infty)$.

11. $f(t) = \frac{\sin t}{t}$.

12. $f(t) = \frac{e^t - 1}{t}$.

13. Nechť $f \in L^1_+$ a $f(t + T) = f(t)$. Potom $F(p) = \frac{1}{1 - e^{-Tp}} \int_0^T f(t) e^{-pt} dt$.

14. $f(t) = \max\{\sin t, 0\}$.

15. $f(t) = \operatorname{sgn}\big(\sin \frac{t}{\pi}\big)$.

16. $f(t) = \frac{1}{1 + e^t}$ (vyjádřete řadou).

17. $f(t) = \frac{t}{1 - e^{-t}}$(vyjádřete řadou).

18. * Derivováním vztahu $L\{t^n\}(p) = \frac{\Gamma(n+1)}{p^{n+1}}$ podle n odvoďte, že $L\{t^n \ln t\}(p) = \frac{1}{p^{n+1}}\big(\Gamma'(n+1) - \Gamma(n+1)\ln p\big)$.

19. * Ukažte, že $L\{J_0(t)\}(p) = \frac{1}{\sqrt{p^2+1}}$, kde $J_0(t) = \sum_{m=0}^\infty \frac{(-1)^m}{(m!)^2} \left(\frac{t}{2}\right)^m$ je Besselova funkce prvního druhu s indexem 0.