

### Výsledky.

7)  $y = \pm\sqrt{(x^2 - 1) + c\sqrt{|x^2 - 1|}}$ , na intervalech, kde je výraz pod odmocninou kladný; (subs.  $z = y^2$ ).

8)  $y = 0$ ,  $y = \frac{2}{x(2c - \ln|x|)}$ , na intervalech, kde je jmenovatel nenulový; (subs.  $z = 1/y$ ).

9)  $y = 0$  a  $y = (ce^{-x^2} + 1 - x^2)^{-1}$ , na intervalech, kde je jmenovatel nenulový; (subs.  $z = 1/y$ ).

10)  $y = \pm\sqrt{x(c + \ln|x|)}$ ,  $x \in (-e^{-c}, 0)$  a  $x \in (0, e^{-c})$ , (subs.  $z = y^2$  ... jen kladná  $z$ )

11)  $y = \frac{1}{1 + \ln x}$ ,  $x \in (1/e, \infty)$ , (subs.  $z = 1/y$ )

12)  $y = \pm(e^{-x^2}(2x + c))^{-1/2}$ ,  $x > -c/2$ ,  $y = 0$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ; (subs.  $z = y^{-2}$ )

13)  $y = (ce^{x^3} - (x^3 + 2)/9)^3$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Pro dané  $c$  mohou existovat až dva nulové body tohoto řešení; v nich lze napojit řešení  $y = 0$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . (subs.  $z = \sqrt[3]{y}$ )

14)  $y = 0$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , nebo  $y = (x - c)^2 e^{-2x^2}$ ,  $x < c$  a nula jinde.  $z = y^{1/2}$ , nutně  $y \geq 0$ , větvení v bodě  $y = 0$ .

15)  $y = -\sqrt[3]{\operatorname{arctg} x/2}$ ,  $x \in (0, \infty)$ .  $z = y^3$ , nutně  $y \neq 0$ ,  $x \neq 0$ ; všimnu si, že  $\pi/2 - \operatorname{arccot} x = \operatorname{arctg} x$ . Obecné řešení  $y = \sqrt[3]{C/\operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} x/2}$ .

16)  $y = (\cos x/3)^{3/2}$ ,  $x \in (-\pi/2, \pi/2)$ .  $y$  je řešení  $\implies -y$  je řešení;  $y = 0$  je řešení.  $z = y^{2/3}$  za předpokladu  $y > 0$  dává  $y = (C/\cos^2 x + \cos x/3)^{2/3}$ , je-li výraz uvnitř závorky kladný.

17)  $y = 0$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Pro  $y \neq 0$  kladu  $z = 1/y$ , odtud  $y = 1/(Ce^{-x^2/2} + 1)$ ,  $x \in I_C$ , kde  $I_C = \mathbb{R}$  pro  $C > -1$ ;  $I_C = (-\infty, 0)$  nebo  $(0, \infty)$  pro  $C = -1$  a konečně  $I_C = (-\infty, -\sqrt{2\ln(-C)})$  nebo  $(-\sqrt{2\ln(-C)}, \sqrt{2\ln(-C)})$  nebo  $(\sqrt{2\ln(-C)}, \infty)$  pro  $C < -1$ .

18)  $y = 0$  pro  $x \in (-\infty, 0)$  nebo  $(0, \infty)$ . Nutně  $y \geq 0$ . Kladu  $z = \sqrt{y}$  pro  $y > 0$ , odtud  $y = (Ce^{1/x} - 1)^2$ ,  $x \in I_C$ , kde závorka je kladná, tj. nutně  $C > 0$  a dále  $I_C = (0, \infty)$  pro  $C \geq 1$  nebo  $(-\infty, -1/\ln C)$  pro  $C > 1$  či konečně  $(0, -1/\ln C)$  pro  $C \in (0, 1)$ . V bodech  $-1/\ln C$  lze napojit nulové řešení.

19)  $y = \sqrt{(5 - \sin^3 x)/(3\sin^2 x)}$ ,  $x \in (0, \pi)$ . Nutně  $y \neq 0$ , kladu  $z = y^2$ , odtud  $y = \pm\sqrt{(3C - \sin^3 x)/(3\sin^2 x)}$ ,  $x \in I_C$  - z podmínky  $3C - \sin^3 x > 0$ , tj.  $I_C = (0, \pi)$  pro  $C > 1/3$  a  $I_C = (0, A)$  nebo  $(\pi - A, \pi)$ , kde  $A = \arcsin \sqrt[3]{3C}$  pro  $C \in (0, 1/3]$ .

20)  $y = 0$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Pro  $y \neq 0$  klademe  $z = 1/y$ , odtud  $y = 1/(Ce^{-x} - 1)$ ,  $x \in I_C$ , kde  $I_C = \mathbb{R}$  pro  $C \leq 0$  a  $I_C = (-\infty, \ln C)$  nebo  $(\ln C, \infty)$  pro  $C > 0$ .

– Napojovat nelze (lokální jednoznačnost řešení!)

**21)** Nutně  $y > 0$ ,  $x > 0$  a  $x \neq 1$ . Kladu  $z = y^{3/2}$ , odtud  $y = ((2C - \ln^2 x)/(2 \ln x))^{2/3}$ ,  $x \in I_C$ , kde  $I_C = (0, 1)$  pro  $C \leq 0$ , zatímco pro  $C > 0$   $I_C = (0, \exp(-\sqrt{2C}))$  nebo  $(1, \exp \sqrt{2C})$ .

**22)** Nutně  $x > 0$ ,  $y \neq 0$ ;  $y$  řešení  $\implies -y$  je řešení. Pro  $y > 0$  kladu  $z = y^{4/3}$ , odtud  $y = \pm(C \exp(-2\sqrt{x}) + 1)^{3/4}$ ,  $x \in I_C$ , kde  $I_C = (0, \infty)$  pro  $C \geq 0$  a  $I_C = (\ln^2(-C)/4, \infty)$  pro  $C < 0$ .

**23)** Nutně  $y \neq 0$ ;  $y$  řešení  $\implies -y$  je řešení. Pro  $y > 0$  kladu  $z = y^{4/3}$ , odtud  $y = \pm(C - \sin 2x/4)^{3/4} e^{-3/4x}$ ,  $x \in I_C + k\pi$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ . Zde  $I_C = \mathbb{R}$  pro  $C > 1/4$ , zatímco  $I_C = (A/2, \pi - A/2)$ ,  $A = \arcsin 4C$  pro  $C \in [-1/4, 1/4]$ .